గణితంలో గమ్మత్తులు

డా. మహీధర నళినీమోహన్



విశాలాంధ్ర పబ్లిషింగ్ హౌస్
విజ్ఞాన భవన్, 4-1-435 బ్యాంక్ స్ట్రీట్
హైదరాబాద్-500 001.

GANITHAM THO GAMMATTHULU by Dr. Maheedhara Nalini Mohan

ప్రచురణ నెం. : 2350/1975/R

ప్రతులు : 1000

ప్రథమ ముద్రణ : జనవరి, 1993

ద్వితీయ ముద్రణ : మార్చి, 1997

తృతీయ ముద్రణ : సెప్టెంబర్, 2004

వెల: రూ.80-00

ప్రతులకు : విశాలాంధ్ర పబ్లిషింగ్ హౌస్
4-1-435, విజ్ఞానభవన్, బ్యాంకు స్ట్రీట్,
హైదరాబాదు-500 001.
E-mail: visalaandhraph@yahoo.com
విశాలాంధ్ర బుక్ హౌస్
హైదరాబాదు, (సుల్తాన్ బజార్, అబిడ్స్),
విజయవాడ, అనంతపురం, విశాఖపట్నం,
హన్మకొండ, గుంటూరు, తిరుపతి, కాకినాడ.

ముద్రణ: | విశాలాంధ్ర ప్రెస్, హిమాయత్‌నగర్, ఫోన్‌నెం : 23222308,

అంకితం



ముగురన్నలు జైళ్లకేగ
మొత్తము బరువెత్తుకొనెడు -
మిన్నగ పైకొస్తానని
చిన్నప్పుడు నను మెచ్చెడు -
హాస్య చమత్కార వచః
సస్యంబుల పండించెడు
అందరిలో తలనాలుక
ఆనందం బాబయ్యకు'

డా. మహీధర నళినీమోహన్

నా మాట

1988, 89, 90 సంవత్సరాలలో వరుసగా వెలువడ్డ "గణితంతో గారడీలు", "మెదడుకి మేత", "మెదడుకి పదును" అనే గణిత వినోదాలకు సంబంధించిన నా మూడు పుస్తకాలనూ తెలుగు పాఠకులు విశేషంగా ఆదరించారు. నన్ను అభినందిస్తూ వందలకొద్దీ ఉత్తరాలు వ్రాశారు. ఎన్నెన్నో కొత్త సమస్యలనూ, సందేహాలనూ గుప్పించారు. వాటికి సమాధానాలు వ్రాసే ప్రయత్నంలో తయారైన ఈ గ్రంథం నా చమత్కార గణిత పుస్తక శ్రేణిలో నాలుగవదీ, బహుశా చిట్టచివరిదీనూ.

ఇందులో:

చింతగింజలూ, గవ్వలూ, గులకరాళ్లూ, అట్టముక్కలూ కదుపుతూ సాధించ వలసిన సమస్యలున్నాయి.

రైలు పెట్టెల షంటింగు సమస్యలున్నాయి.

పాలు-నీళ్ల కలగలుపు సమస్యలున్నాయి.

అక్షరాలతో గుణకారాలూ, భాగాహారాలూ, కూడికలూ, తీసివేతలూ చేయించే సమస్యలున్నాయి.

తర్కశక్తితో అపరాధపరిశోధన జరిపించే సమస్యలున్నాయి.

అగ్గిపుల్లలతో నిర్మించిన తప్పుడు సమీకరణాల సవరింపు సమస్యలున్నాయి.

చదరంగంలో వివిధ జంతువుల నడకలకు సంబంధించిన సమస్యలున్నాయి.

ఇంతేకాదు, ఇందులో:

మాయచదరాలతోనూ, గుర్రపు గంతులతోనూ చమత్కారాలు చూపించాను.

జూదంలో నెగ్గడానికి అవసరమైన గణితాన్ని ప్రదర్శించాను.

అనుమానపు మొగుళ్ల ఇబ్బందులకు పరిష్కారాలు కనబరచాను.

ఆఖరికి మొక్కలు పాతడంలోనూ, పిల్లలకు పళ్లు పంచి పెట్టడంలోనూ కూడా గణితం సాయపడుతుందని తెలియబరచాను.

అంకెల విచిత్ర ధర్మాలను వివరించాను.

ఇదికాక, ఇందులో:

పేకముక్కల సమస్యలూ, కేలండరు సమస్యలూ, గడియారం సమస్యలూ, ప్రయాణసమస్యలూ...ఇంకా ఎన్నో, ఎన్నెన్నో మనస్సుకి గిలిగింతలు పెట్టేవీ, మేధస్సుకి చురుకుపుట్టించేవీ, ఆశ్చర్యంతో కనుబొమ్మలు పైకెత్తించే సమస్యలు 200 దాకా పొందుపరిచాను. ఈ సమస్యలన్నిటికీ జవాబులు ఇవ్వడమేకాదు - ఈ జవాబులు రాబట్టడానికి అవసరమైన తర్కాన్ని కూడా వివరించాను. ఈ తర్కపు మెట్లు ఎక్కి, పాఠకులు స్వయంగా ఇటువంటి సమస్యలను సాధించడంలో నేర్పరులు కాగలరని నా ఆశ.

ఢిల్లీ
జూన్, 1992

మహీధర నళినీమోహన్
177-C, M.I.G. Flat
Rajouri Garden
New Delhi - 110 027.

విషయసూచిక

1. ఐఫెల్ టవర్ 1
2. తీర్థయాత్రలు 1
3. పావులాల పేర్పు 2
4. నలభైతొమ్మిది బిళ్లలు 3
5. రణశేషం 4
6. ఎనమండుగురు మంత్రులు 4
7. ఐదు చంద్రవంకలు 5
8. పాలు - నీళ్లు 6
9. ఎనిమిది మతాలు 7
10. అబ్బాయిలూ-అమ్మాయిలూ 7
11. పన్నెండు మిడతలు 8
12. కొత్తరకం టీ 9
13. పట్టిపోయిన ఆవు 9
14. నాలుగు వరుసలు 9
15. అంకెలచక్రం 10
16. ఎంత చిల్లర 11
17. ఆఠీను పేకముక్కలు 11
18. కుచేల సంతానం 11
19. గదులపెట్టె గల్లంతు 12
20. పేకముక్కల త్రిభుజం 12
21. జెండాపై కరిరాజు 13
22. హంతకుడెవరు? 13
23. ఎవరి వృత్తి ఏది? 14
24. విషప్రయోగం 15
25. ఎవరువారు? 15
26. ఏ కళ ఎవరిది? 16
27. ఆడపిల్లల వయస్సులు 16
28. గవ్వలు - గులకరాళ్లు 16
29. పడవ - సారాబుడ్డి 17
30. జీడి గింజలు 18
31. బానిస పిల్ల విలువ 18
32. నాలుగు ఒకట్లు 19
33. భాగ్యశాలి 19
34. మెయిలు-పాసెంజరు 19
35. తొమ్మిది రైలు ఇంజన్లు 20
36. పదహారు బంట్లు 20
37. ప్రతాపరుద్ర యశోభూషణం 21
38. గజగమనం 22
39. తండ్రీ కొడుకుల వయస్సులు 23
40. ఎందరెందరు 22
41. పది దుర్గాలు 23
42. కాళీ పవరు 23
43. పాలవాడిక 24
44. చదరంలో చదరాలు 24
45. ముగ్గురు దొంగలు 24
46. గడియారపు ముల్లు 25
47. కారు గరాజ్ 25
48. గడియారపు డయల్ 25
49. సూక్ష్మ జీవులు 26
50. ఎదురుగాలి 26
51. పొలంలో సగం 27
52. జూదంలో పంపకాలు 27
53. పలకల పెనిసిలు 27
54. సైకిలు అసలు వేగం 27
55. ఇరవైనలుగురు పిల్లలు 28
56. ఎంత పొడవు? 28
57. వందకి సమానం 28
58. లేడి - చీతా 28
59. పరాకు 29
60. పన్నెండు అగ్గిపుల్లలు 29
61. బర్త్‌డే కేక్ 30
62. రెండు శేర్ల పాలు 30
63. పొదుపరి ఇల్లాలు 30
64. రైలుపెట్టెల మార్పులు 31
65. అన్నా చెల్లెళ్ళు 32
66. ఎనిమిది రైలు ఇంజన్లు 32
67. మొగుడి పేరు ఏమిటి? 33
68. సరి-బేసి సంఖ్యల మొత్తం 33
69. పన్నెండు ఎత్తులలో తట్టు 33
70. జటాయువధ 33
71. SEND MORE MONEY 34
72. అక్షరాలతో గుణకారం 34
73. అనుమానపు మొగుళ్ళు 35
74. నాలుగు జంటలు రేవు దాటడం 35

75. ఇంక్రిమెంటు ఆపివేస్తే 35
76. ఇరుకు వంతెన 35
77. ఎన్నేసి జంతువులు? 36
78. కుటుంబరావుగారి పిల్లలు 36
79. తులయాచ కించిత్ 36
80. కుందేళ్ళూ-కుక్కపిల్లలూ 37
81. తాతా-మనవడు 38
82. 8 ఎనిమిదులు 1000 38
83. 3 మూళ్ళు 24 38
84. మూడు అంకెలతో 30 38
85. ఆరు కోణాల చుక్క 39
86. పురుగుల కాళ్ళు 39
87. శతం భవతి 39
88. ఎనిమిది కోణాల చుక్క 39
89. ఏది ఎంత బరువు? 40
90. రెండు కొవ్వొత్తులు 40
91. స్తంభాలకు రంగులువెయ్యడం 41
92. బియ్యం ఖంపకం 41
93. వర్గచక్రం 41
94. పన్నెండు బిళ్ళలు 42
95. పదహారు అగ్గిపెట్టెలు 43
96. చుక్కలు - గీతలు 44
97. సంపూర్ణ వర్గసంఖ్యలు 44
98. అశ్వధాటీ 44
99. మొత్తం ఎన్ని చదరాలు? 45
100. గుండెలు తీసిన బంటు 45
101. మద్యనిషేధం 46
102. పీపాలో ఎంత ద్రవముంది? 46
103. లోటా సైజు 47
104. పేకముక్కల సిలువ 47
105. బొమ్మలు లేని పేషెన్సు 48
106. దామ్మీ 49
107. గుర్రపు పందెం 49
108. కారుల పందెం 50
109. ఏదిముందు? 50
110. ఖైదీల సరదాలు 50
111. ముప్పైరెండు బంట్లు 51
112. తీర్థంలో జూదం 52
113. సింహం - ఏనుగు 53
114. నడిమికి చీలిన వర్గసంఖ్య 53
115. ఘనాహారి 53
116. రెండు తలల పాములు 53
117. తొమ్మిది అంకెలతో 54
118. వర్గమూలానికి అడ్డదారి 54
119. ముత్తాతగారి వయస్సు 54
120. ఇంటి నంబరు 55
121. అన్ని అంకెలూ ఉన్నాయి 55
122. వరుససంఖ్యల మొత్తంవెయ్యి 55
123. తలకిందులు వర్గసంఖ్య 55
124. సరి అంకెల వర్గసంఖ్యలు 55
125. ఎటు చదివినా వర్గ సంఖ్యలే 55
126. పొట్టలో దూరిన వర్గసంఖ్యలు 55
127. వర్గసంఖ్యల పాణిగ్రహణం 56
128. వర్గసంఖ్యల త్రిభుజం 56
129. కలహంస సమూహం 57
130. ముప్పై ఒకటవ ఘాతం 57
131. వర్తకుడి విల్లు 58
132. రెడీమేడ్ దుస్తులు 58
133. అడంగు చేరిన సమయం 59
134. రైలుపట్టాల మార్పు 59
135. పరీక్ష ఫెయిల్ అవడం 59
136. భాగహారంలో తప్పు 60
137. బల్లమీద పేకముక్కలు 60
138. ఎల్లా విడదీయాలి? 60
139. రైలు టిక్కట్టు 60
140. వర్ణ విపర్యయం 61
141. సంఖ్యలలో స్వయంభువు 61
142. బస్సు నంబరు 61
143. తండ్రీ కొడుకుల వయస్సులు 61
144. కారు నంబరు 62
145. జమీందారుగారి చదరప్పొలం 62
146. అగ్గిపుల్లలతో 62
147. రెండుకప్పలూ-ఒకసాసరు 63
148. ఘనమూలానికి అడ్డదారి 63
149. ఘనాఘనం 63
150. కోళ్ళూ-బాతులూ 64
151. అంకెలకు అగ్రచ్ఛేదం 64
152. వర్గసంఖ్య అవునా కాదా? 65
153. దారితప్పిన ప్రయాణీకుడు 65
154. వంక కత్తి 65
155. ఇరవై కుక్కలు 65
156. బలగం అమర్చేపద్ధతి 66
157. బల్లమీద సుద్దముక్కలు 67

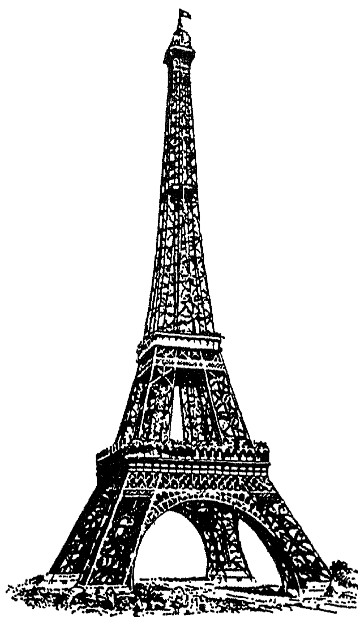
158. ఫిబొనాసీ ప్రతిభ 67
159. ఆఖరి చింతగింజ 68
160. పేకముక్కలతో ముప్పై ఒకటి 68
161. మూడు స్తంభాల ఆట 71
162. కిక్కిరిసిన చదరంగబల్ల 72
163. మొక్కలు పాతే పద్ధతి 72
164. రంగుదారాలు 72
165. కేలండరు సమస్య 73
166. ఎల్లా కలపాలి? 73
167. యువరాజు ఎవరు కావాలి? 73
168. ఎనిమిదితో ఇబ్బంది 74
169. పిచ్చితుగ్లక్ పుట్టినరోజు 74
170. నరవాహనం 75
171. పదహారు గదుల చీకటికొట్టు 76
172. పేకముక్కలతో మాయచదరాలు 77
173. పళ్లపంపకం 77
174. గుర్రపు ఎత్తులతో మాయచదరం 78
175. శకట్ల మార్పిడి 78
176. రెండు గుర్రపునాడాలు 79
177. అక్షరాలమార్పు 79
178. జైలు పక్షులు 80
179. డబ్బాల తారుమారు 81
180. పదకొండులో సగం 81
181. కప్పగంతులు 81
182. ఎన్నిగుర్రాలు 82
183. పందుల కొట్టం 82
184. నాలుగుసార్లు ఏడు 83
185. చెట్లు పాతడం 83
186. పొట్టేళ్ల యుద్ధం 83
187. రెండు సింహాలు 84
188. పదిహేను మలుపులు 85
189. విక్టోరియా క్రాస్ ' 85
190. వృత్తం నుంచి నక్షత్రం 86
191. గని పర్యవేక్షణ 86
192 ఐదు గ్రహాలు 87
193. మంత్రగాడి పిల్లులు 87
194. పదిగింజలు 88
195. గడ్డి చేమంతి పువ్వు 88
196. పసిఫిక్ దీవులు 91
197. దీర్ఘచతురస్రం నుంచి చతురస్రం 91
198. గ్రీకు సిలువ నుంచి చదరం 92
199. ఎంత భాగం 92
200. ఏది దారి 92
జవాబులు 94

సమస్యలు

సమస్యలు

1. ఐఫెల్ టవర్

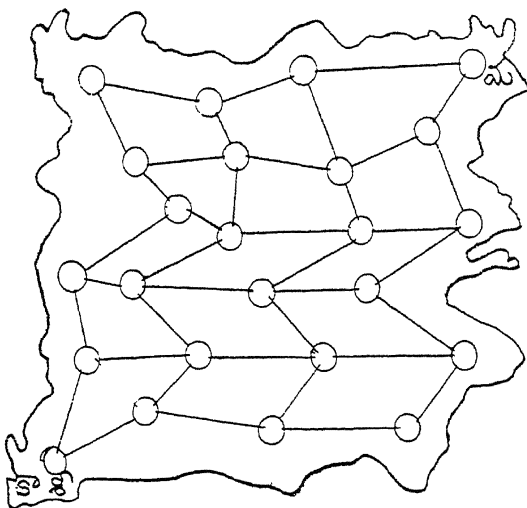
1889లో గుస్తాఫ్ ఐఫెల్ అనే ఇంజనీరు పారిస్‌లో ఇనుముతో నిర్మించిన స్తంభం ప్రపంచ ప్రసిద్ధమైనది. 300 మీటర్ల ఎత్తున్న ఈ స్తంభాన్ని నిర్మించడానికి 80 లక్షలు కిలోగ్రాముల ఇనుము పట్టింది. ఏటా లక్షలకొద్దీ యాత్రికులను ఆకర్షిస్తున్న దీని అందానికి ముగ్ధుడైన సౌందర్యపిపాసి ఒకడు దీనికి సరియైన నమూనా ఒక కిలోగ్రాము ఇనుముతో చేయించి తన వ్రాతబల్లమీద పెట్టుకుందామనుకుని ఆర్డరు ఇచ్చాడు. తీరా అది తయారై వచ్చాక దాని ఎత్తు చూసి ఆశ్చర్యపడ్డాడు.



ఇంతకీ ఆ నమూనా ఎంత ఎత్తు ఉందో మీకేమైనా తెలుసా?

2. తీర్థయాత్రలు

ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లు 24 పుణ్యక్షేత్రాలను కలుపుతూ రైలుమార్గాలున్నాయి. పుట్టినప్పటినుంచీ "మ" అనే ఊళ్ళోనే పాతుకుపోయిన ఒక ఆసామీకి

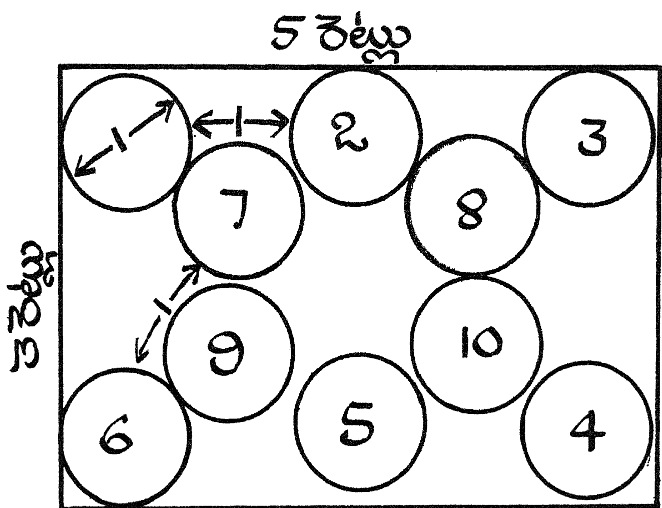


ఉన్నట్లుండి ఈ పుణ్యక్షేత్రాలన్నీ చూసి, బోలెడంత పుణ్యం మూటకట్టుకోవాలని బుద్ధిపుట్టింది. రైలు మీద ఈ ఊళ్లు అన్నీ దర్శించి, ఆఖరున కాశీ చేరుకోవాలనీ, చివరిరోజులు గంగ ఒడ్డున గడపాలనీ అతడి సంకల్పం. చేతిలో డబ్బు బొటాబొటీగా ఉండడం చేత ఒకసారి ప్రవేశించిన ఊరికి మళ్ళీ వెళ్లకూడదనీ, ఒక్క ఊరు కూడా విడిచిపెట్టకూడదనీ అతడు నిశ్చయించుకున్నాడు. ఏదారి వెంట ప్రయాణం చేస్తే తన కోరికలన్నీ తీరుతాయో బాగా ఆలోచించి మొత్తం మీద సాధించగలిగాడు.

ఆ దారిని మీరు కనుక్కోగలరా?

3. పావులాల పేర్పు

ఈ సమస్యకి గుండ్రంగా ఉండే ఏ నాణెములైనా సరే పనికి వస్తాయి. ప్రస్తుతానికి పావులాలు ఉపయోగిద్దాం. పావులా వ్యాసానికి 5 రెట్లు పొడవు, 3 రెట్లు వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాన్ని బల్లమీద గియ్యి. ఒక పావులా కాసు తీసుకుని ఈ దీర్ఘచతురస్రంలో నీకు తోచిన చోట పెట్టు. తరువాత మరో పావలా తీసుకుని, దీనికీ మొదటి పావలాకీ మధ్య ఒక పావలా పట్టేటంత దూరం వదిలేసి, దీర్ఘచతురస్రంలో రెండవ పావలాను ఉంచు. రెండవ పావలాకీ మూడవ పావలాకీ మధ్య మరో పావలా పట్టేటంత చోటు వదిలి 3 వ పావలాను పెట్టు. ఈ విధంగా అంతకు ముందు దానికి పావలా దూరంలో తరువాతి పావలాను - దీర్ఘచతురస్రంలో అంతకు ముందే పెట్టిన నాణెములను తగలకుండా ఉండేటట్లుగా—పెట్టుకుంటూ వెళ్ళు. ఈ విధంగా సాధ్యమైనంత ఎక్కువ నాణెములను ఆ దీర్ఘచతురస్రంలో పెట్టగలగాలి. అదీ సమస్య.



ఉదాహరణకి బొమ్మలో దీర్ఘచతురస్రానికి ఒక మూలలో మొదటి పావలాను, దానికి పావలా దూరంలో రెండవ పావలాను, దానికి పావలా దూరంలో 3 వ పావలాను....ఈ విధంగా 10 పావలాలను పెట్టగలిగేం. ఇంతకన్న ఎక్కువ నాణెములను మీరు పెట్టగలరేమో ప్రయత్నించండి.

4. నలభై తొమ్మిది బిళ్ళలు

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7
F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7

49 అట్టముక్కలు కత్తిరించి, వాటి మీద

A_1, A_2, A_3..............................A_7
B_1, B_2, B_3..............................B_7
C_1, C_2, C_3..............................C_7
D_1, D_2, D_3..............................D_7
E_1, E_2, E_3..............................E_7
F_1, F_2, F_3..............................F_7
G_1, G_2, G_3..............................G_7

అనే అక్షరాలు, అంకెలు వేసి ఉంచు. తరువాత 7 X 7 గదుల - చదరంగంలో లాగా - అడ్డవరుసలు, నిలువు వరుసలు గియ్యి.

ఈ బిళ్లలు, ఈ చదరము ఎల్లా ఉంటాయో బొమ్మలో చూపించాను. ఇప్పుడు చేయవలసినదేమిటంటే - అడ్డవరుసలలోనూ, నిలువు వరుసలలోనూ, ఏటవాలు వరుసలలోనూ (ఏటవాలు వరుసలు అంటే పెద్దవి రెండు మాత్రమే కాదు, అన్ని ఏటవాలు వరుసలలోనూ కూడా) ఒకే అక్షరము, ఒకే అంకె ఒక్కసారి మాత్రమే కనబడేటట్లు అమర్చడం ఎల్లాగ?

5. రణశేషం

ఒకానొక రాజ్యం యుద్ధంలో చిత్తుగా ఓడిపోయింది. చనిపోగా మిగిలిన రాజ వంశీకులు 41 మంది కోట వదిలి, ఎల్లాగో తప్పించుకుని పారిపోయి, ఒక కొండ గుహలో తల దాచుకున్నారు.

ఒక ఘడియ విశ్రమించారో లేదో అక్కడికి కూడా శత్రువులు వచ్చేస్తున్నట్లు ఆచూకీ తెలిసింది. శత్రువును ఎదిరించే శక్తి తమకు లేదని తెలుసు. పారిపోవడం ఇంచుమించు అసాధ్యమని అర్థమైంది. శత్రువుకి పట్టుబడి ఘోర అవమానాలు పొందడం ఇష్టం లేక అందరూ ప్రాణత్యాగం చేసెయ్యాలని నిర్ణయించుకున్నారు. కాని, ఈ నిర్ణయం మంత్రి కొడుకుకీ, సేనాని కొడుకుకీ ఇష్టం లేకపోయింది. కాని, తమ అభిప్రాయాన్ని బయటపెట్టే ధైర్యం వారికి లేదు. అందుకని మంత్రి కొడుకు ఒక పథకం ఆలోచించాడు.

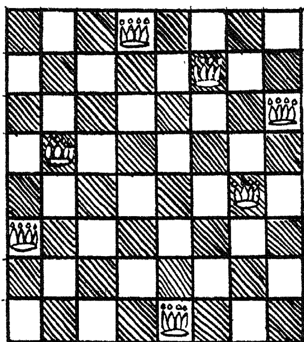
"మనమందరం గుండ్రంగా నిలుచుందాం. లెక్కపెట్టి ప్రతి మూడవవాడినీ చంపెయ్యాలి. ఆఖరున మిగిలినవాడు ఆత్మహత్య చేసుకోవాలి. ఇది అందరికీ సమ్మతమే కదా?" అన్నాడు.

అందరూ సరే అంటే సరే అన్నారు.

మంత్రి కొడుకూ, సేనాని కొడుకూ ఆఖరున బ్రతికి బయటపడాలంటే వారిద్దరూ సున్నలో ఏయే చోట్లలో నిలువబడాలి?

6. ఎనమండుగురు మంత్రులు

చదరంగపు బలగం అంతలోనూ అత్యధిక శక్తిమంతమైనది మంత్రి అని అందరకూ తెలిసినదే. దీని నడకను గురించి వేరే చెప్పనక్కరలేదు. దీనిని చదరంగ



బ్బల్లమీద మధ్యలో ఒక గదిలో ఉంచితే 27 గదులను కాపలా కాస్తుంది. ఏదో ఒకమూల ఉంచినప్పటికీ 21 గదులను కాస్తుంది. ఇటువంటివి ఇరుపక్షాలకూ చెరి ఒక్కటి మాత్రమే ఉంటాయి, నిజమే. కాని, మన సమస్యలో మాత్రం ఎనిమిది మంది మంత్రులు.

చదరంగబ్బల్ల నంతనూ ఖాళీ చేసి, ఒకదాని నొకటి చంపుకోడానికి వీలులేని చోట్లలో ఎనిమిది మంత్రులను ఉంచగలరా?

ఈ సమస్యకు 12 రకాల సమాధానాలు ఉన్నాయి. వాటిలో ఒకటి ఉదాహరణకు ఇక్కడ బొమ్మలో చూపించాను. ఈ సమాచారాన్నే సంకేత భాషలో హ్రస్వంగా (6, 4, 7, 1, 8, 2, 5, 3) అని వ్రాయవచ్చు. మొదటి నిలువు వరుసలో అడుగునుండి 6వ గదిలో ఒక మంత్రి ఉంది అని బ్రాకెట్టులోని మొదటి 6 అనే అంకెకు అర్థం. అల్లాగే రెండవ నిలువు వరుసలో 4వ గదిలో ఒక మంత్రి ఉన్నదని బ్రాకెట్టులోని రెండవ అంకెకు అర్థం. అట్లాగే మిగిలిన అంకెలు బల్లమీద మంత్రుల స్థానాలను సూచిస్తాయి. ఇదే సంకేత భాషను ఉపయోగించి జవాబులు వ్రాస్తాను.

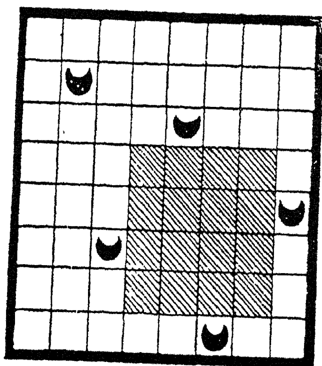
ఇక్కడ మరో ముఖ్యమైన సంగతి చెప్పాలి. ఈ బొమ్మను గడియారపు ముళ్ళు తిరిగే దిశలో 90° తిప్పితే (5, 3, 1, 7, 2, 8, 6, 4) అనే సమాధానం వస్తుంది. 180° కోణంలోనూ, 270° కోణంలోనూ తిప్పి చూస్తే మరో రెండు సమాధానాలు వస్తాయి. ఇంతే కాదు, అద్దంలో ప్రతిఫలించి చూస్తే మరో నాలుగు సమాధానాలు వస్తాయి.

ఈ విధంగా ఒకే సమాధానం పరిభ్రమణం వల్లనూ, పరావర్తనం వల్లనూ మొత్తం ఎనిమిది రకాల సమాధానాలుగా కనిపిస్తుంది. కానీ నిజానికి ఈ ఎనిమిదీ కలిపి ఒకే ఒక సమాధానంగా పరిగణించాలి.

ఇటువంటి వేరు వేరు సమాధానాలు (పరిభ్రమణ, పరావర్తనాలు లెక్కించకుండా) మరో పదకొండు ఉన్నాయి. వెతకండి చూద్దాం.

7. ఐదు చంద్రవంకలు

మాసిడోనియాను పాలించిన ఫిలిప్ రాజు (ఇతడే సుప్రసిద్ధుడైన అలగ్జాండరు చక్రవర్తి తండ్రి) బైజాంటియమును ముట్టడించాడు. ఆ కోట ఎప్పటికీ వశం కాకపోగా అర్ధరాత్రివేళ రహస్యంగా కోటగోడకింద తవ్వకం ప్రారంభించాడు. అప్పుడే ఉదయించిన చంద్రవంక ఈ విషయాన్ని గ్రహించి, కోటలోని వారిని హెచ్చరించింది. దానితో బైజాంటియనులు మేలుకుని, శత్రువును తరిమివేయగలిగారు. అప్పటినుంచీ బైజాంటియనులు నెలవంకను తమ జాతీయ చిహ్నంగా చేసుకున్నారు. చంద్రుడికి ఒక గుడి కట్టించారు. ఖరీదైన నలుచదరపు శిలాఫలకాలు 64 తెప్పించి, ఆ గుడి ముందర చతురస్ర ఆకారంలో మంటపం తయారు చేయించారు. వాటిలోని 5 పలకల మీద చంద్రవంక బొమ్మలు చెక్కించారు. ఈ 5 చంద్రవంకలూ తక్కిన 59 గదులనూ చూస్తూ ఉంటాయి; ఈ చంద్రవంకలు చదరంగలో మంత్రిలాగా అడ్డంగానూ, నిలువుగానూ, ఏటవాలుగానూ కూడా చూడగలవు.



బొమ్మలో ఆ 64 గదుల శిలామంటపమూ, అందులో శిల్పి చెక్కిన 5 నెలవంకలు ఉన్నాయి.

ఉత్సవ సమయాలలో ఆ మంటపం మీద చంద్రవంకలను మూయకుండా (మూస్తే ప్రళయం తప్పదు!) సాధ్యమైనంత పెద్ద నలుచదరపు తివాసీని పరుస్తారు. బొమ్మలోని నల్లని భాగమే ఆ తివాసీ.

సాధ్యమైనంత పెద్ద నలుచదరపు తివాసీని - ఆ 5 నెలవంకలనూ మూయకుండా - పరవాలని ముందే అనుకుని ఉంటే చంద్రవంకలను ఈ బొమ్మలో చూపిన స్థానాలనుంచి వేరే చోట్లకి మార్చి ఉండవలసింది.

సాధ్యమైనంత పెద్దనలుచదరపు తివాసీని అన్ని గదులనూ పర్యవేక్షించే 5 నెలవంకలనూ మూయకుండా పరవగలగాలంటే ఆ నెలవంకలను ఏ విధంగా అమర్చితే సాధ్యమో చెప్పగలరా?

8. పాలు - నీళ్ళు

ఒక గ్లాసులో సగానికి పాలు ఉన్నాయి. దానికి రెట్టింపు సైజు ఉన్న మరో

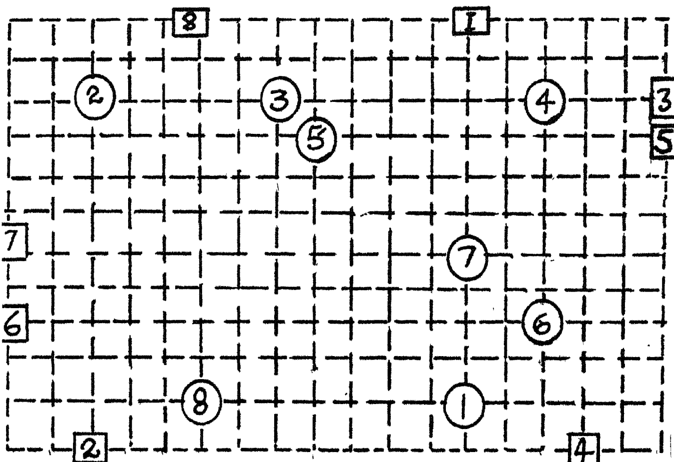
గ్లాసులో మూడవ వంతు పాలు ఉన్నాయి.

ఈ రెండు గ్లాసులలోనూ సరిగ్గా నిండేటట్లు నీళ్ళు పోసి, వాటిలోని మిశ్రమాన్ని మరో పెద్ద గిన్నెలో పోశాం.

ఇప్పుడు ఆ గిన్నెలో ఎన్ని పాలు ఉన్నాయో, ఎన్ని నీళ్లు ఉన్నాయో నోటిని చెప్పగలరా?

9. ఎనిమిది మతాలు

ఒక పట్టణంలో వైష్ణవులు, శైవులు, సున్నీలు, షియాలు, బౌద్ధులు, జైనులు, ప్రోటస్టెంటులు, కాథలిక్కులు, - ఈ ఎనిమిది మతాల వారు ఉన్నారు. వారివారికి సంబంధించిన దేవాలయాలు పట్టణంలో వివిధ ప్రదేశాలలో ఉన్నాయి. ఆ దేవాలయాలు ఎనిమిదీ ఉన్నచోట్లు, ఆ మతావలంబకులు ఎనమండుగురూ ఉండే ఇళ్లు బొమ్మలో చూపించాను.



ఒకనాడు వాళ్ళు ఎనమండుగురూ తమతమ ఇళ్లనుంచి తమతమ దవాలయాలకు బయలుదేరారు. వాళ్ళు నడిచి వెళ్ళే దారులు మరొకడి దారిని ఎక్కడా కలుసుకోకుండా దేవాలయాలకు వెళ్ళగలిగారు.

వాళ్ళు నడిచి వెళ్ళినదారులు గుర్తించగలరా?

10. అబ్బాయిలూ - అమ్మాయిలూ

పదికుర్చీలు వరసగా వేసి ఉన్నాయి. మొదటి రెండు కుర్చీలనూ ఖాళీగా వదిలేసి మిగిలిన కుర్చీలలో మగ, ఆడ, మగ, ఆడ.....ఈ విధంగా కూర్చున్నారు.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

పక్కపక్క కుర్చీలలో కూర్చున్న ఇద్దరు పిల్లలను లేవదీసి, వారి స్థానాలు తారుమారు చేసి, ఖాళీగా ఉన్న రెండు కుర్చీలలోనూ కూర్చోబెట్టాలి. ఉదాహరణకి: 7, 8 కుర్చీలలో కూర్చున్న మగ, ఆడ పిల్లలను లేవదీసి, స్థానాలు తారుమారు చేసి, ఆడపిల్లను 1వ కుర్చీలోనూ, మగవాడిని 2వ కుర్చీలోనూ కూర్చోబెట్టవచ్చు. ఈ పద్ధతివల్ల కుడిఎడమలు తారుమారు అవుతాయి.

ఈ నియమాలను పాటిస్తూ సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో మగపిల్లలందరూ వరుసగానూ, ఆడపిల్లలందరూ వరుసగానూ ఉండేటట్లూ, ఖాళీ కుర్చీలు రెండూ ఏదో ఒక చివర ఉండేటట్లు అమర్చాలి.

ఇందులో కుర్చీలకు బదులు చదరపు గదులనూ, మగపిల్లలకు బదులు నల్లని పేకముక్కలనూ, ఆడపిల్లలకు బదులు ఎర్రని పేకముక్కలనూ ఉపయోగించవచ్చు.

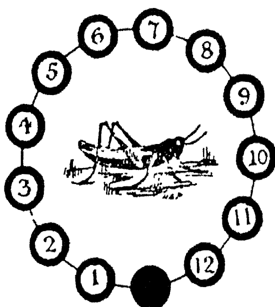
11. పన్నెండు మిడతలు

ఒక పెద్ద సున్నచుట్టూ 13 చిన్న చిన్న గుండ్రని గదులున్నాయి. అట్టడుగున ఉన్న నల్లని గదిలో తప్ప మిగిలిన పన్నెండు గదులలోనూ గదికి ఒక్కొక్క మిడత చొప్పున కూర్చుని ఉన్నాయి. గుర్తుకోసం వాటి మెడకి 1, 2, 3, 4.............12 అని అంకెలు వేసిన చీటీలు కట్టాం.

మిడత కాళీగా ఉన్న పక్కగదిలోకి వెళ్ళగలదు లేదా పక్కనున్న మిడత మీదుగా ఎగిరి కాళీగా ఉన్న అవతలిగదిని చేరుకోగలదు. గడియారపు ముల్లు తిరిగే సవ్య దిశలోగాని, అపసవ్యదిశలోగానీ కదలగలవు. ఉదాహరణకి కాళీగా ఉన్న నల్లగదిలోకి 12 వ మిడతగానీ, 1 వ మిడతగానీ, 11 వదిగానీ, 2 వదిగానీ వెళ్లగలవు.

ఈ విధంగా ఆ మిడతలు ఎగిరి గంతులు వేస్తూ తమ స్థానక్రమం ఈ బొమ్మలో ఉన్నదానికి సరిగ్గా తలక్రిందులుగా అవడానికి ప్రయత్నిస్తున్నాయి.

అంటే నల్లగదిని ఖాళీగానే వదిలేసి, 12, 11, 10............1 సంఖ్యల మిడతలు ప్రస్తుతం బొమ్మలో 1, 2, 3.......12 అనే మిడతలున్న స్థానాలను ఆక్రమించాలి.



సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో దీనిని సాధించడం ఎల్లాగ?

12. కొత్తరకం టీ

ఒక వర్తకుడి దగ్గర రెండు రకాల టీ పొడి ఉంది. ఒకరకం పౌను ౨ రూపాయలూ, రెండోరకం పౌను 3 రూపాయలూనూ. అ రెండిటిని కలిపి తయారు చేసిన మిశ్రమానికి కొత్తరుచివచ్చి జనం వేలం వెర్రిగా కొనసాగేరు. దానిని అతడు పౌను 6 రూపాయలు చొప్పున అమ్మగా $33\frac{1}{3}\%$ లాభం వచ్చింది. అతడు ఏపాళ్ళల్లో అ రెండురకాల టీ పొడులనూ కలిపేడో ఎవ్వరికీ చెప్పడం లేదు. అ రహస్యం మీకేమైనా తెలుసా?

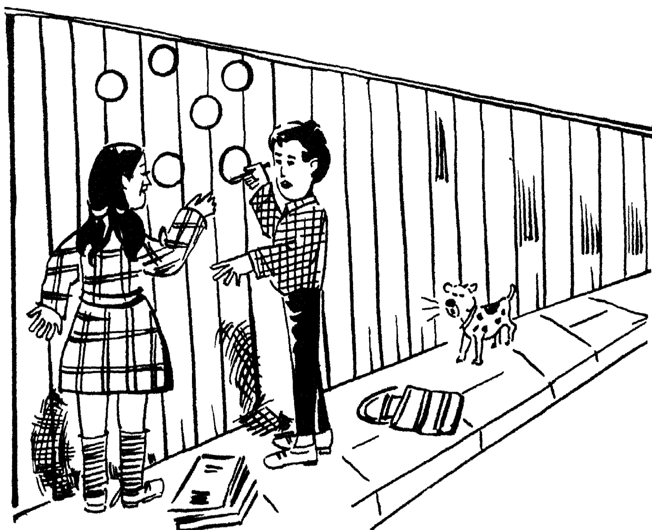
13. వట్టిపోయిన ఆవు

"వట్టిపోయిన ఆవును 75 రూ.కు కొన్నాను. దానిని ఐదు నెలలు మేపి, 150 రూ.కు అమ్మేశాను. లాభం వచ్చిందనుకునేరు కొంపతీసి, అటువంటిదేమీ లేదు. పైగా రెండు నెలల మేత దండుగ అయింది" అన్నాడు ఒక రైతు.

ఇంతకీ ఆ ఆవును మేపడానికి అతడికి నెలకి ఎంత ఖర్చు అయింది?

14. నాలుగు వరసలు

బడిచుట్టూ కట్టి ఉన్న బల్లచెక్కల దడి మీద సుద్దముక్కతో ఆరు సున్నలు



చుట్టింది స్వాతి.

"ఏమిటీ గీస్తున్నావు?" అని అడిగేడు ఆమె స్నేహితుడు రఘు.

"ఆరు సున్నలు చుట్టేను"

"కనిపిస్తూనే ఉంది. అవి ఎందుకని?"

"మూడేసి సున్నలున్న వరసలు రెండే ఏర్పడ్డాయి ఈ ఆరు సున్నాలతోటీనూ"

"అవును సుమా!" అని అంగీకరించాడు రఘు.

"ఈ అరుసున్నలలోనూ నీకు తోచిన ఏదో ఒక సున్నను చెరిపేసి, ఈ దడి మీద మరో చోట సున్న చుట్టి, మూడు సున్నల వరసలు 4 ఏర్పడేలాగ చెయ్యాలి"

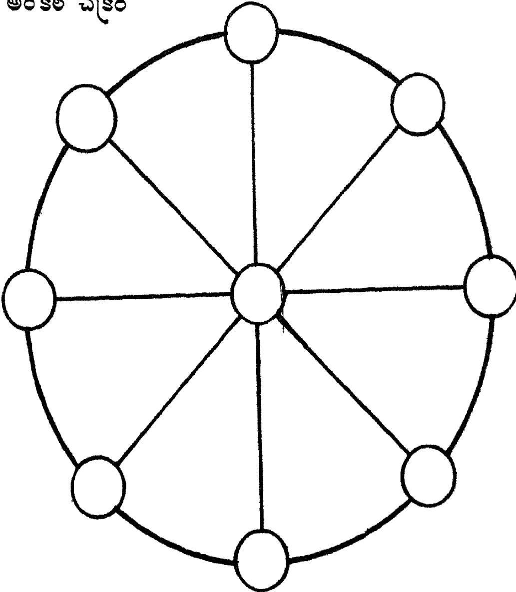
"ఓస్ ఇంతేనా?" అన్నాడు రఘు ధీమాగా.

"ఏదీ చెయ్యి చూద్దాం" అని స్వాతి సుద్దముక్క అందించింది.

రఘు ఆలోచించాడు - ఆలోచించాడు. తోటి స్నేహితురాలు ఇచ్చిన సమస్యను సాధించలేకపోయాడన్న అపఖ్యాతి రఘుకి తప్పిస్తూ అంతలో బడిగంట కొట్టేశారు. అందరూ క్లాసులోకి వెళ్ళిపోవలసి వచ్చింది.

ఎలాగైనా ఈ సమస్యని సాధించి తన పరువు నిలబెట్టుకోవాలని తాపత్రయ పడే రఘుకి మీరు సాయంచేసి పుణ్యం కట్టుకోరాదూ?

15. అంకెల చక్రం



ఎనిమిది ఆకుల బండి చక్రం ఒకటి ఈ బొమ్మలో కనిపిస్తోంది. ఇరుసు దగ్గర ఒక సున్న, చక్రం చుట్టూ ఎనిమిది సున్నలూ ఉన్నాయి.

ఏ వరుస మూడు అంకెలు కూడినా మొత్తం 15 వచ్చేటట్లు 1 నుంచి 9

వరకూ గల అంకెలను ఈ సున్నలలో - వాడిన అంకె మళ్లీ వాడకుండా సర్దడం ఎల్లాగ?

16. ఎంత చిల్లర?

కొన్ని వస్తువులు కొనే ఉద్దేశ్యంతో సూపర్ బజారుకి వెళ్ళింది ఒక పిల్ల అక్కడ గాజు తలుపుల వెనుక అమర్చిన వస్తువులను, అక్కడే వ్రాసి ఉంచిన వాటి ధరలను జాగ్రత్తగా గమనించింది. ఆ వస్తువు ధర ఎన్ని పైసలైతే ఆ రకపు వస్తువులు అన్నేసి తీసుకోవాలని ముందుగానే నిర్ణయించుకుంది. పర్సు తీసి చూసుకుంది. కొన్ని చాకొలెట్లు, వాటికి నాలుగురెట్లు తలపిన్నులు, చాకొలెట్ల సంఖ్యకు ఎనిమిదిరెట్లు గాజులు తీసుకుని, రెండు 5 రూపాయల నోట్లు కౌంటరు దగ్గర ఇచ్చి, మిగిలిన చిల్లర తీసుకుని, బయటికి వచ్చేసింది.

ఇంతకీ ఆమె తీసుకున్న చిల్లర ఎంత?

17. ఆఠీను పేకముక్కలు

నా మిత్రుడొకడు చీట్లపేకలోని 13 అరకుముక్కలనూ బయటికితీసి, వాటితో ఒక తమాషా చేసి చూపించాడు.

ఆ 13 ముక్కలనూ ఒక ప్రత్యేకమైన వరుసలో నాకు చూపించకుండా అమర్చి, బొత్తిరిలోనుంచి పైముక్క తీసి, బల్ల మీద తిరగేశాడు. అది అరకు ఆసు.

తరవాత పైముక్కను బొత్తిరి అడుగున పెట్టి, పైనున్న ముక్కను తిరగేశాడు. అది అరకు రెండు.

తరవాత పైముక్కను బొత్తిరి అడుగున పెట్టి· మళ్లీ పైనున్న ముక్కను తిరగేశాడు. అది అరకు మూడు.

....ఈ విధంగా బొత్తిరిపైనున్న ముక్కను తిరగేస్తూ, దానికిందనున్న ముక్కను బొత్తిరికిందికి చేరుస్తూ 13 ముక్కలూ తిరుగబడేదాకా చేస్తూనే ఉన్నాడు. తిరుగబడ్డముక్కలు 1, 2, 3, 4.....10, జాకీ, రాణీ, రాజు అనే వరుసలో ఉన్నాయి!

మొట్టమొదట బొత్తిరిలోని ముక్కలు ఏ వరుసలో అమర్చితే ఈ క్రమంలో తిరుగబడతాయో కనుక్కోగలరా?

18. కుచేల సంతానం

ఒకానొక కుటుంబరావుగారికి పన్నెండు మంది పిల్లలు. తన పిల్లలకు ప్రతి రోజూ వ్యాయామం అవసరమని గ్రహించి, తోటపనిని మించి వ్యాయామం లేదని తెలుసుకున్నవాడై, పెరడును 6 భాగాలుగా చేసి, ఇద్దరేసిపిల్లలు ఒక్కొక్క మడిలో పని చెయ్యాలని నిర్దేశించాడు. ఈ విధంగా 11 రోజుల పాటు చెయ్యాలి. అంతే కాదు, ప్రతిరోజూ జంటలు విడిపోయి, కొత్త జంటలు ఏర్పడుతూ ఉండాలి. అంటే ఏ ఇద్దరు పిల్లలూ ఒక్కసారి కన్న ఎక్కువగా కలిసి పని చేయకూడదు అన్నమాట.

అయిదారు రోజులపాటు పని సవ్యంగానే నడిచింది కానీ, ఆ తరువాత ఇబ్బం

దులు మొదలు అయాయి. కొత్త జంటలను ఏర్పరచడం రానురాను కష్టం అయిపోయింది.

ఆరేసి జంటలు 11 రకాలుగా ఏర్పరచడం ఎల్లాగో మీరు వాళ్లకి సలహా ఇవ్వ గలరా? ఆ పిల్లలందరి పేర్లూ మీకు చెప్పి ఉపయోగం లేదు, అవి మీకు ఎల్లాగూ గుర్తుండవు. కనుక ఆ పిల్లలను 1, 2, 3......12 అని అంకెలతో వ్యవహరిద్దాం, ఫరవాలేదు కుటుంబరావుగారికి కోపం రాదు.

19. గదుల పెట్టె గల్లంతు

3	1	2	15	8	21
17	6	18	24	12	10
13	9	16	4	20	5
19	7	23	14	22	11

24 అరలున్న గదుల పెట్టెలో అరలు ఉండవలసిన చోట్లలో ఉండక బొమ్మలో చూపినట్లు తారుమారు అయిపోయాయి. వాటిని 1, 2, 3, 4........24 అనే క్రమంలోకి తీసుకురావాలి. రెండేసి గదుల స్థానాలను తారుమారు చేయడం ద్వారా ఈ క్రమాన్ని తేగలగాలి. ఉదాహరణకి: 3, 1 అనే గదులను తారుమారు చేస్తే మొదటిస్థానంలోకి 1, రెండవస్థానంలోకి 3 వస్తాయి. తరువాత 3 నీ 2 నీ తారుమారు చేస్తే రెండవస్థానంలోకి 2, మూడవస్థానంలోకి 3 వస్తాయి.

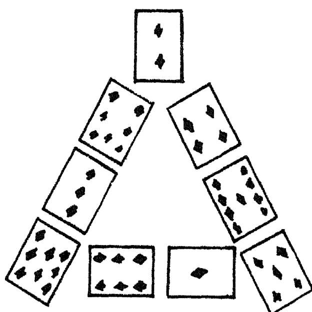
మీకు తోచిన ఏ రెండు గదుల స్థానాలనైనా తారుమారు చేయవచ్చు.

ఈ విధంగా 17 ఎత్తులలో 24 గదులనూ యథాస్థానాలలోకి తీసుకురాగలరా?

20. పేకముక్కల త్రిభుజం

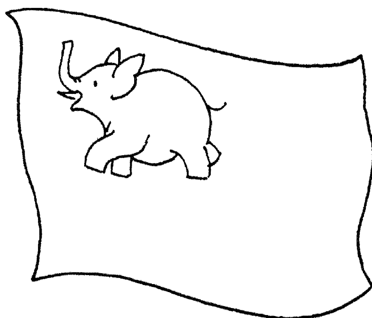
ఆసునుంచి తొమ్మిది వరకూ డైమను పేకముక్కలు తొమ్మిదీ తీసుకుని, బొమ్మలో చూపినట్లు త్రిభుజాకారంలో అమర్చాను. దీని ప్రత్యేకత ఏమిటంటే ఏ భుజం తీసుకున్నా దానిలోని చుక్కల మొత్తం 20 కి సమానం.

2 + 7 + 3 + 8 = 20
8 + 6 + 1 + 5 = 20
2 + 4 + 9 + 5 = 20



ఈ తొమ్మిది పేకముక్కలతోటే ఇటువంటి త్రిభుజాలు ఇంకా తయారు చేయగల రేమో ప్రయత్నించండి. భుజములమొత్తం 20కి మాత్రమే సమానం కానక్కరలేదు. సమానం అయితే చాలు, ఆ మొత్తం ఎంత అయినా సరే.

21. జెండాపై కరిరాజు



ఈ బొమ్మలో ఉన్నది ఒకానొక దేశపు జెండా. ఇందులో ఎడమవైపు పై మూలలో ఏనుగు బొమ్మ ఉంది. దీనికి పొరుగున ఉన్న దేశానికీ ఇంచుమించు ఇటువంటిదే జెండా. భేదం ఏమిటంటే ఏనుగు ఒక మూలను కాక జెండాకి మధ్యలో ఉంటుంది.

ఈ బొమ్మలో చూపిన జెండాను రెండే రెండు ముక్కలుగా కత్తిరించి, వాటిని తిరిగి మరొక లాగ అతికి, ఏనుగు బొమ్మ జెండా మధ్యకి వచ్చేలాగ చెయ్యగలరా?

22. హంతకుడెవరు?

తెల్లవారేసరికి పంచాయతీ బోర్డు ప్రెసిడెంటును హత్య చేశారన్న వార్త ఊరంతా పాక్కిపోయింది. పోలీసులు వచ్చారు. మరునాటికల్లా గంగులు, జోగన్న, సత్తిగాడు అనే ముగ్గురు పాతనేరస్థులను అనుమానం మీద అరెస్టు చేశారు. పోలీసులు వేసిన

ప్రశ్నలకి వాళ్లు ముగ్గురూ ఇచ్చిన జవాబులు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నాయి.

గంగులు: 1. నేను హత్య చెయ్యలేదు
2. జోగన్నని ఇంతకు ముందెప్పుడూ నేను చూడలేదు
3. నేను ప్రెసిడెంటుగారిని బాగా ఎరుగుదును

జోగన్న: 1. నేను హత్య చెయ్యలేదు
2 . గంగులూ, సత్తిగాడూ కూడా నాకు దోస్తులే
3. గంగులు ఎన్నడూ ఎవ్వరినీ చంపలేదు

సత్తిగాడు: 1. నేను హత్య చెయ్యలేదు
2. జోగన్నని ఎప్పుడూ చూడలేదని గంగులు అబద్ధం ఆడుతున్నాడు
3. ఎవరు చంపారో నాకు తెలియదు

ఇక్కడ ఒక ముఖ్యవిషయం గుర్తుంచుకోవాలి. వారిలో ప్రతి ఒక్కడూ ఇచ్చిన మూడేసి జవాబులలోనూ ఒక్కొక్కటి మాత్రమే అబద్ధం.

ఈ సమాచారాన్ని ఉపయోగించి, మీ తర్కశక్తికి పదును పెట్టి, ఈ ముగ్గురిలోనూ అసలు హంతకుడెవరో గుర్తించగలరా?

23. ఎవరి వృత్తి ఏది?

హత్యానేరం మీద జగ్గన్న, భద్రయ్య, శేషగిరి అనే ముగ్గురు వ్యక్తులను పోలీసులు అరెస్టు చేశారు. వారిలో ఒక్కడు మాత్రమే నేరస్థుడనీ, హత్యలో భాగస్వాములు కాకపోయినా ఆ సంగతి మిగిలిన ఇద్దరికీ తెలుసుననీ పోలీసులకు ఖచ్చితంగా తెలుసు. ఏమంటే హత్యాసమయంలో ఆ ముగ్గురూ ఒకరికొకరు కనిపించేటంత దూరంలోనే ఉన్నారని రూఢి అయింది. వారి ముగ్గురిలో ఒకడు ఉపాధ్యాయుడు, ఒకడు జేబుదొంగ, మరొకడు గుడిలో పూజారి.

పోలీసులు అడిగిన రెండేరెండు ప్రశ్నలకు ఆ ముగ్గురూ ఈ క్రింది విధంగా జవాబులిచ్చారు.

భద్రయ్య : 1. హత్య నేను చెయ్యలేదు
2. జగ్గన్న హత్య చెయ్యలేదు

జగ్గన్న : 1. భద్రయ్య చెయ్యలేదు
2. శేషగిరి చేశాడు

శేషగిరి : 1. నేను చెయ్యలేదు
2. భద్రయ్య చేశాడు

ఈ ముగ్గురివీ చిత్రమైన మనస్తత్వాలు. ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన రెండు జవాబులూ నిజమే. జేబుదొంగ చెప్పిన రెండు జవాబులూ అబద్ధమే. పురోహితుడు చెప్పిన రెండు జవాబులలో ఒకటి నిజము, మరొకటి అబద్ధమూనూ.

ఈ సమాచారాన్ని ఉపయోగించుకొని హంతకుడెవరో, ఎవరి వృత్తి ఏదో నిర్ణయించగలరా?

24. విషప్రయోగం

శ్రీనివాస్, వెంకటేశ్వర్లు, రాజారావు, ఓబుల్ రెడ్డి అనే నలుగురు స్నేహితులు హోటలుకి వెళ్లి డిన్నరు ఆర్డరు చేశారు. భోజనం చేస్తున్న శ్రీనివాస్ ఉన్నట్లుండి కాళ్లూ చేతులూ కొట్టుకుని, "నాకు విషం పెట్టేరు" అని అరిచి, పడి చచ్చిపోయాడు. పోలీసులు వచ్చి మిగిలిన ముగ్గురునీ అరెస్టు చేశారు. పోలీసులు వేసిన మూడేసి ప్రశ్నలకి వాళ్లిచ్చిన సమాధానాలు క్రింద ఇచ్చాను. వారిలో ప్రతి ఒక్కడూ ఒక్కొక్క అబద్ధం ఆడేడు.

వెంకటేశ్వర్లు:
1. విషప్రయోగం నేను చెయ్యలేదు
2. నేను ఓబుల్ రెడ్డి పక్కన కూర్చున్నాను
3. ఈ వేళ వెయిటరు ఎప్పటివాడే

రాజారావు:
1. శ్రీనివాస్‌కి అవతలివైపున నేను కూర్చున్నాను
2. ఈ రోజున వెయిటరు కొత్తవాడు
3. ఈ పని వెయిటరు చెయ్యలేదు

ఓబుల్ రెడ్డి:
1. ఈ పని రాజారావు చెయ్యలేదు
2. ఈ పని చేసింది వెయిటరే
3. "ఈ వేళ వెయిటరు ఎప్పటివాడే" అని వెంకటేశ్వర్లు అబద్ధం ఆడేడు.

ఈ ముగ్గురినీ, వెయిటరునీ పోలీసులు అనుమానిస్తున్నారు.

ఈ ఆధారాలతో హంతకుడెవరో తెలుసుకోగలరా?

25. ఎవరు వారు?

ఇటీవల జరిగిన హత్యకేసుతో సంబంధం ఉన్న ముఖ్యులు అరుగురు ఉన్నారు వారిపేర్లు శ్రీనివాస్, ఫక్రుద్దీన్, గంగాధరం, హరిహరన్, మహేష్, వాసుదేవ్. వారిలో ఒకడు హతుడు, ఒకడు హంతకుడు, ఒకడు సాక్షి, ఒకడు పోలీసు, ఒకడు జడ్జి, ఒకడు తలారి. (ఈ వరుసలో కాదు సుమా!)

హత్యకు సంబంధించిన వివరాలు ఇవీ:

1. దగ్గరనుంచి హంతకుడు కాల్చిన తుపాకీ గుండు తగిలి అతడు చనిపోయాడు.
2. పోలీసులు వాసుదేవ్‌ని రైలు ఖర్చులిచ్చి పిలిపించారు.
3. కేసు చాలాకాలం నడిచింది. ఆఖరికి హత్యానేరం రుజువు అయి, నిందితుడికి మరణశిక్షపడింది. అతడు ఉరితీయబడ్డాడు.
4. హతుడిని, హంతకుడినీ కూడా మహేష్ ఎరుగును.
5. హత్యకు సంబంధించిన వివరాలు చెప్పవలసిందని శ్రీనివాస్‌ని కోర్టులో జడ్జి అడిగేడు.
6. ఫక్రుద్దీన్‌ని ఆఖరిసారి సజీవంగా చూసినవాడు వాసుదేవ్.
7. శవం పక్కని వంగి చూస్తున్న గంగాధరాన్ని పట్టుకున్నానని పోలీసు చెప్పాడు.

ఇప్పుడు చెప్పండి ఆ దురదృష్టకర సంఘటనలోని ఆరుగురిలో ఏ పాత్ర పేరు ఏదో గుర్తుపట్టగలరా?

26. ఏ కళ ఎవరిది?

కృష్ణ, పద్మిని, రజని, సరళ అనే నలుగురు ప్రసిద్ధ కళాకారిణులు ఒక చోట కలుసుకున్నారు. వారిలో ఒకరు గొప్ప పాటకత్తె, మరొకరు పేరున్న రచయిత్రి, ఇంకొకరు ప్రసిద్ధ నర్తకి, వేరొకరు వాసికెక్కిన చిత్రకారిణి.

1. స్టేజిమీద గాయని కచేరీ చేస్తుంటే కృష్ణ, రజని శ్రోతలలో కూర్చుని మైమరిచి వింటున్నారు.
2. పద్మిని, రచయిత్రి కూర్చుని ఉండగా చిత్రకారిణి వాళ్ల పోర్ట్రెయిటు గీస్తోంది.
3. సరళ బయోగ్రఫీ బాగా అమ్ముడు పోవడం గమనించిన రచయిత్రి కృష్ణజీవితకథ వ్రాయాలని ఆలోచిస్తోంది.
4. కృష్ణ ఎన్నడూ రజనిని చూడలేదు.

ఈ నలుగురిలో ఎవరు ఏ కళలో ప్రసిద్ధులో చెప్పగలరా?

27. ఆడపిల్లల వయస్సులు

జమున, హారిత, మాధవి పక్కపక్క ఇళ్లల్లో ఉంటున్నారు. వాళ్ల వాళ్ల వయస్సుల ప్రసక్తి రాగా ఆ ముగ్గురూ వేరువేరుగా ముచ్చటగా మూడేసి వాక్యాల్లో ఇలా అన్నారు.

జమున:
1. నాకు 22 ఏళ్ళు.
2. నేను హారితకన్న రెండేళ్ళు చిన్నదాన్ని
3. నేను మాధవికన్న ఒక ఏడాది పెద్ద.

హారిత:
1. మా ముగ్గురిలో నేను అందరికన్న చిన్నదానిని కాను
2. మాధవికి నాకూ 3 ఏళ్ళ అంతరం ఉంది
3. మాధవికి ఇప్పుడు 25 ఏళ్లు

మాధవి:
1. నేను జమున కన్న చిన్నదాన్ని
2. జమునకి 23 ఏళ్ళు
3. జమునకన్న హారిత 3 ఏళ్లు పెద్దది

వయస్సుల ప్రసక్తి వస్తే ఆడవాళ్ళు నిజం చెప్పరని లోకంలో అపప్రథ ఒకటి ఉంది. అది కొంతవరకూ నిజమే కూడానూ. వీరు ముగ్గురూ చెప్పినమాటల్లో ఒక్కొక్కటి మాత్రమే అబద్ధం, మిగిలిన రెండూ నిజమే.

ఇంతకీ ఆ ముగ్గురి వయస్సులూ ఎంతెంతో ఊహించగలరా?

28. గవ్వలు - గులకరాళ్లు

నేలమీద వరసగా 12 చదరపు గదులు గీసి, వాటిమీద 1, 2, 3............12

అని అంకెలు వెయ్యి. 5 గవ్వలు తీసుకుని 1, 3, 5, 7, 9 అనే గదులలోనూ, 5 గులకరాళ్లు తీసుకుని 2, 4, 6, 8, 10 అనే గదులలోనూ ఉంచు. 11, 12 గదులు ఖాళీగా ఉంటాయి. (గవ్వలను నల్ల సున్నలతోనూ, గులక రాళ్ళను తెల్ల సున్నలతోనూ సూచించాను).

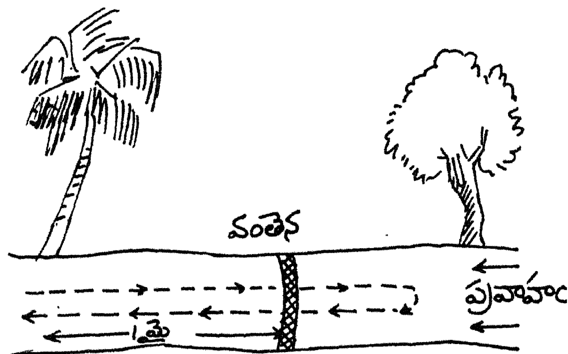
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○		

పక్కపక్క గదులలో ఉన్న రెండు వస్తువులను (ఒక గవ్వ, ఒక గులకరాయి కానీ, రెండు గవ్వలు గానీ, రెండు గులకరాళ్లుగానీ) కుడిచేతిలో ఒకటి, ఎడమ చేతిలో ఒకటి పట్టుకుని వాటిని తారుమారు చేయకుండా ఖాళీగా ఉన్న రెండు గదులలో పెట్టవచ్చు. ఉదాహరణకి 4 వ స్థానంలో ఉన్న గులకరాతిని ఎడమ చేతిలోనూ, 5 వ స్థానంలో ఉన్న గవ్వను కుడిచేతితోనూ ఎత్తి గులకరాతిని 11వ గదిలోనూ, గవ్వను 12వ స్థానంలోనూ ఉంచవచ్చు. ఇది ఒక ఎత్తు కింద లెక్క. ఇప్పుడు ఖాళీ అయిన 4, 5 స్థానాలలో 9, 10 గదులలోని గవ్వనూ, గులకరాతినీ ఉంచవచ్చు.........

ఈ విధంగా మార్పులు చేస్తూ 5 గవ్వలూ వరుసగానూ, అలాగే 5 గులక రాళ్లూ అవిచ్ఛిన్నంగానూ ఉండేలాగా చెయ్యాలి. ఈ పనిని సాధ్యమైనంత తక్కువ మార్పులతో (5 ఎత్తులలో) సాధించగలరా?

29. పడవ - సారాబుడ్డి

ఒక నావికుడు తన చుట్టూ చేరిన ప్రయాణీకులకు ఒక కథలాంటి సమస్యని చ్చాడు. ఒకడు పడవను నదిలో ప్రవాహానికి ఎదురు తెడ్డువేసి నడుపుతున్నాడు. వంతెనకింది నుంచి వెడుతూ ఉండగా పడవ కాస్త ఊగిసలాడింది. పడవ అంచున ఉన్న సారాబుడ్డి నీళ్లల్లోపడిపోయింది. అందులో ఇంకా ఒకటోరకమైన సారా సగం వరకూ ఉంది మూత బిగించి; కనుక మునిగిపోకుండా నీటి వాలున కొట్టుకు



పోతోంది. అది గమనించని సరంగు తెడ్డు వేసుకుంటూ మరో 20 నిమిషాలు ఎదరకి వెళ్లేడు. అంతలో సారా సీసా చూసుకుంటే లేదు. నీళ్లల్లో పడి కొట్టుకు పోతూ ఉండి ఉంటుందని గ్రహించడమేమిటి, వెంటనే పడవను గిరుక్కున వెనక్కి తిప్పి అదే శక్తితో నీటి వాలున తెడ్డువెయ్యడం ఏమిటి క్షణంలో జరిగిపోయింది. ఆఖరికి పడవ వంతెన దాటి ఒక మైలు దూరం వెళ్లేసరికి సారా సీసా దొరికింది. అతడి ప్రార్థితమయ్యే, దొరకక ఎక్కడికి పోతుంది?

ఇంతకీ ఆ నదిలో నీటివేగం ఎంత?

నావికుడు ఇచ్చిన ఈ సమస్యను సాధించడానికి ప్రయాణీకులు కొందరు రకరకాలుగా శ్రమపడ్డారు. వారిలో గణితం కాస్తబాగా వచ్చిన ఒకడు బీజగణిత సూత్రాలను ఉపయోగించి ఒక సమీకరణాన్ని కూడా తయారుచేశాడు. అందులో నీటివేగం X అనీ, పడవవేగము Y అనీ రెండు అజ్ఞాత విషయాలు ఉండడంచేత ఆ సమీకరణం అసాధ్యమని తేల్చివేశాడు. ఇచ్చిన సమాచారం సమస్యాసాధనకు సరిపోదని మరొకడు అన్నాడు.

మీరేమంటారు?

30. జీడిగింజలు

ఏడుగురు పిల్లకాయలు బుట్టెడు ముక్క జీడిగింజలు ఏరుకొచ్చేరు. వాటిని పంచుకోవడంలో పేచీలు వచ్చాయి. అది చూసిన ఒక పెద్దమనిషి తాను అందరికీ న్యాయంగా పంచుతానన్నాడు. పిల్లలు సరేనన్నారు. కానీ, ఆ పెద్దమనిషి పంచిన తీరు బహు విచిత్రంగా ఉంది. చూడగానే "ఇదేమిటీ? అన్యాయం! అన్యాయం!" అన్నారు పిల్లలు.

ఆ పెద్దమనిషి చిరునవ్వుతో ఇలా అన్నాడు. "తొందరపడకండి, నా పంపకం పూర్తి అవలేదు. ఇది ఇంకా మొదలు మాత్రమే. ఇప్పుడు మీలో అందరికన్న ఎక్కువ గింజలు వచ్చినవాడు మొదటి స్థానంలోనూ, అంతకన్న కాస్త తక్కువ వచ్చినవాడు రెండవ స్థానంలోనూ, ఇంకా తక్కువ వచ్చినవాడు 3వ స్థానం లోనూ........ఈ విధంగా అవరోహణక్రమంలో వరసగా కూర్చోండి. ఇప్పుడు మీలో మొదటివాడు తనదగ్గర ఉన్న గింజలలోనుంచి మిగిలిన ఆరుగురుకీ వారి వారిదగ్గర ఎన్నేసి గింజలు ఉన్నాయో సరిగ్గా అన్నేసి గింజల చొప్పున ఇవ్వాలి. తరువాత రెండోవాడు వాడు, తరువాత మూడోవాడు, నాలుగోవాడు, ఐదో వాడు, ఆరో వాడు ఆఖరున ఏడోవాడు కూడా సరిగ్గా ఇలా పంచి చూసుకోండి." అని చెప్పి ఆ పెద్దమనిషి వెళ్ళిపోయాడు.

ఆయన చెప్పినట్లు చేసి చూడగా ప్రతి ఒక్కడికీ 128 గింజల చొప్పున వచ్చాయి!

ఇంతకీ మొట్టమొదట ఆ పెద్దమనిషి ఆ ఏడుగురికీ ఏ విధంగా పంచాడో చెప్పగలరా?

31. బానిస పిల్ల విలువ

12వ శతాబ్దపు సుప్రసిద్ధ హైందవ ఖగోళశాస్త్రజ్ఞుడు భాస్కరాచార్యుడు తన

కూతురు లీలావతి పేరున లీలావతీగణితం వ్రాశాడు. అందులో నుంచి చిత్రమైన సమస్య ఒకటి చూపిస్తాను.

శ్లో: ప్రాప్నోతి చేత్ షోడశ వత్సరాస్త్రీ
ద్వాత్రింశతం వింశతి వత్సరాకిమ్?

16 సంవత్సరములు వయస్సు కలిగిన పిల్లకి 32 నిష్కములనీయవలసినచో, 20 సంవత్సరముల వయస్సుగల పిల్లకి ఎంత ధర ఇవ్వాలి?!

32. నాలుగు ఒకట్లు

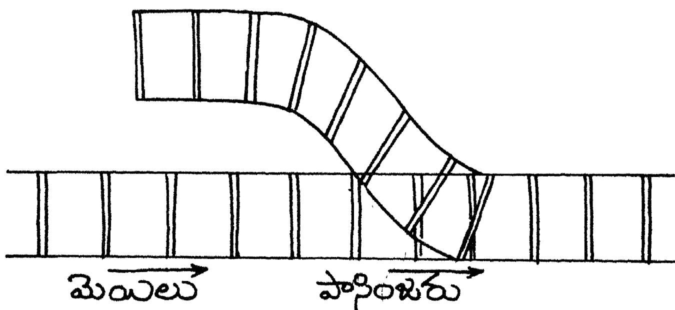
నాలుగు ఒకట్లు ఉపయోగించి వ్రాయదగ్గ సంఖ్యలలో అన్నిటికన్న పెద్దది ఏది?

33. భాగ్యశాలి

ఒకడు తన సంసారాన్ని గురించి హాస్యధోరణిలో ఇలా అన్నాడు. "మాకు కవలపిల్లలు పుట్టక పూర్వం కన్న ఇప్పుడు బుట్టెడు నారింజపళ్లు తెస్తే వెనుకటి కన్న 3 రోజులు తక్కువ వస్తున్నాయి. మరో నలుగురు పిల్లలు పుట్టేరంటే బుట్టెడు పళ్ళూ ఇప్పటికన్న మరో నాలుగురోజులు తక్కువ వస్తాయి. పిన్నలూ పెద్దలూ అంతా తిండిలో సమానమేనండోయ్" !

ఇంతకీ ఆ అదృష్టవంతుడికి పిల్లలు ఎందరు?

34. మెయిలు - పాసింజరు

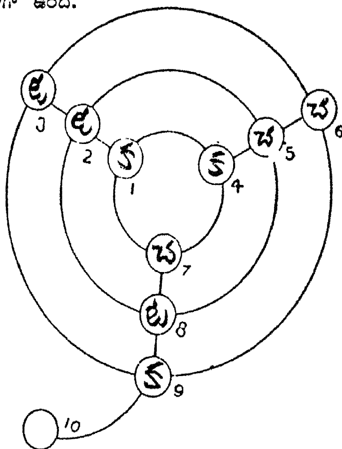


ఇక్కడ చూపించినట్లు ఒక చిన్న రైలుస్టేషనులో "మెయిన్ లైను" పక్కని, మరో చిన్న "లూప్‌లైను" ఉంది. మెయిన్‌లైను మీద 15 పెట్టెలతో పాసెంజరు నిలువబడి ఉంది. అంతలో 15 పెట్టెలతో ఒక మెయిలుబండి అక్కడికి వచ్చింది. అది పాసెంజరును దాటి తూర్పుగా వెళ్లాలి. లూప్‌లైనుమీద 10 పెట్టెలకు మాత్రమే ఖాళీ ఉంది.

ఇది ఎలా సాధ్యం?

35. తొమ్మిది రైలు ఇంజన్లు

ఒకే కేంద్రంతో మూడువృత్తాలు గీసి, వాటిని ఖండిస్తూ బొమ్మలో చూపినట్లు మూడు గీతలు గీసి ఉన్నాయి. ఈ గీతలు వృత్తాలను ఖండించిన తొమ్మిది బిందువులనూ 1 నుంచి 9 వరకూ అంకెలతో సూచించాను. తొమ్మిది గుండ్రని అట్టముక్కలు తీసుకుని, వాటిలో మూడిటిమీద "క" అనే అక్షరము, మరో మూడిటిమీద "చ" అనే అక్షరమూ, ఇంకో మూడింటిమీద "ట" అనే అక్షరము వ్రాసి బొమ్మలో చూపిన చోట్ల ఉంచాను. ఇవి తొమ్మిదీ రైలు ఇంజన్లు. గీతలు రైలు పట్టాలు. ఈ ఇంజన్లు అగదగ్గ చోట్లు ఇవి తొమ్మిదే కాక బొమ్మలో చూపినట్లు పదవ గది ఖాళీగా ఉంది.



ఈ రైలు ఇంజన్లను (గుండ్రని అట్టబిళ్ళలను) ఈ గీతల వెంబడే ఖాళీగా ఉన్న గదిలోకి కదపవచ్చు. ఇప్పుడు చేయవలసినదేమిటంటే "క" అనే బిళ్లలు మూడూ ఒక వృత్తంలోనూ, "చ" అనే బిళ్లలు మూడూ మరో వృత్తంలోనూ, "ట" అనే బిళ్లలు మూడూ ఇంకొక వృత్తంలోనూ ఉండేటట్లు మార్పులు చెయ్యాలి.

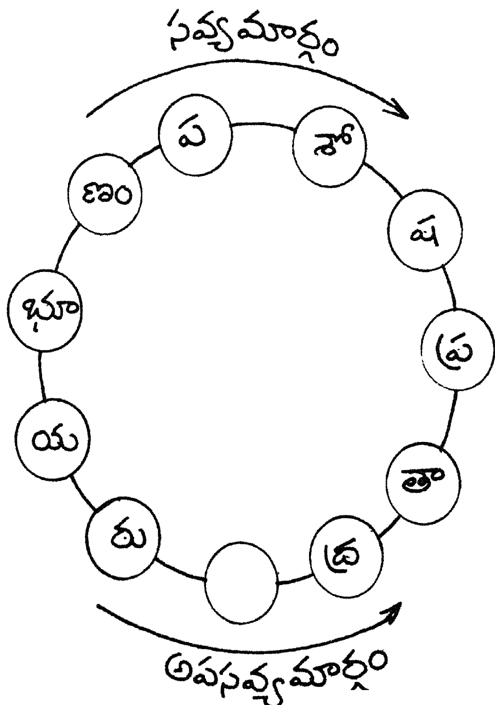
ఈ పనిని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ (9) ఎత్తులలో చేయగలగాలి. ప్రయత్నించండి.

36. పదహారు బంట్లు

యుద్ధ తంత్రానికి సంబంధించిన సమస్య ఇది. చదరంగపు బల్ల యుద్ధ భూమి అనుకో. 16 బంట్లు (లేదా 16 చింతగింజలైనా సరే) తీసుకుని, ఈ 64 గళ్లల్లోనూ వరుసకి రెండు కన్న ఎక్కువ ఉండకుండా అమర్చాలి. అడ్డము, నిలువు, ఐమూల - ఏదైనా వరుసకిందే లెక్క. మరో నియమం కూడా ఉంది. బల్లకి మధ్యలో ఉన్న నాలుగు గళ్లల్లో ఏవో రెండిటిలో ముందర విధిగా రెండు బంట్లను పెట్టాలి.

16 బంట్లను ఈ విధంగా అమరిస్తే దూరం నుంచి వచ్చే ఫిరంగి గుండు వల్ల ఇద్దరు కన్న అధికంగా సైనికులు చనిపోరట! అదీ దీనివల్ల ఉపయోగం. ఏదీ ప్రయత్నించండి.

37. ప్రతాపరుద్ర యశోభూషణం



ఇక్కడి బొమ్మలో పెద్దవృత్తం చుట్టూ 11 చిన్నసున్నలు గీయబడి ఉన్నాయి. ఏటిలో అడుగున ఉన్న గది ఖాళీగా ఉంది. కుడివైపున గల 5 గదులలోనూ 5 వేరు వేరు అక్షరాలున్న నల్లని అట్టముక్కలున్నాయి. ఎడమవైపునగల 5 గదుల లోనూ 5 వేరువేరు అక్షరాలుగల తెల్లని అట్టముక్కలున్నాయి.

నల్లని అట్టముక్కలను "సవ్యంగా" (గడియారపు ముళ్లు తిరిగే దిశలో) కదపాలి. తెల్లని అట్టముక్కలను "అపసవ్యంగా" (గడియారపు ముళ్లకు వ్యతిరేక దిశలో) కదపాలి. అట్టముక్కలను ఖాళీగా ఉన్న పక్క గదిలోకి మార్చవచ్చు. లేదా వ్యతిరేకపు రంగు అట్టముక్క మీదుగా ఒక గంతువేసి, ఖాళీగా ఉన్న అవతలి గదిని ఆక్రమించవచ్చు.

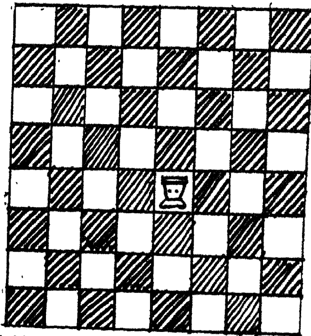
ఉదాహరణకి: "ద్ర" అనే నల్లని అట్టముక్కను పక్కనే ఉన్న ఖాళీ గదిలోకి

(సవ్యమార్గంలో) మార్చవచ్చు. తరువాత "రు" అనే తెల్లని అట్టముక్కను అపసవ్య మార్గంలో వ్యతిరేకపు రంగున్న "ద్ర" అనే నల్లని అట్టముక్క మీదుగా గంతువేయించి ఖాళీ గదిలో ఉంచవచ్చు.

ఈ విధంగా ఈ అట్టముక్కలను కదుపుతూ, ఖాళీగదిని ఇప్పుడున్న చోటనే వదిలేసి, పది అట్టముక్కలను "ప్రతాపరుద్ర యశోభూషణం" అనే మాట (సవ్యంగా) ఏర్పడేటట్లు చెయ్యాలి. దీనిని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో సాధించాలి.

38. గజగమనం

చదరంగపు బల్లమీద బలగ్మం అంతా తీసేసి, ఒక్క ఏనుగుని మాత్రం ఇక్కడి బొమ్మలో చూపిన చోట ఉంచు. ఏనుగు నడక తెలుసుగా? ఇప్పుడు అది ఉన్న గదిలో బయలుదేరి, బల్లమీది గదులన్నిటిలోనూ ఒక్కసారి మాత్రమే ప్రవేశించి, తిరిగి ఆఖరున బయలుదేరిన చోటికి చేరుకోవాలి. ఈ పని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో (16 ఎత్తులలో) జరగాలి. అన్నట్లు గది మీదుగా నడిచి వెళ్లిపోయినా, గదిలో ఆగినా ఆ గదిని చూచినట్లే లెక్క.



39. తండ్రీ కొడుకుల వయస్సులు

కొడుకుకన్న తండ్రి 30 ఏళ్లు పెద్దవాడు. కొడుకు వయస్సు పక్కనే కుడి వైపున తండ్రి వయస్సు వ్రాస్తే ఏర్పడే నాలుగు అంకెల సంఖ్య ఒక వర్గసంఖ్య అవుతుంది. మళ్లీ 25 ఏళ్ల తరువాత కూడా మరో వర్గసంఖ్య అవుతుంది. వారి వయస్సులు ఎంతెంత?

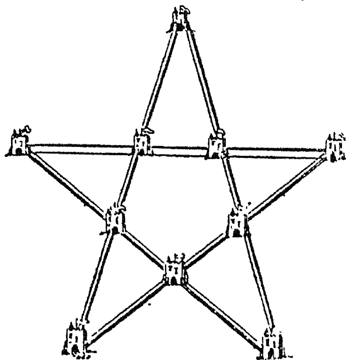
40. ఎందరెందరు?

ఇరవైమంది గుంపుగా ఒక హోటలుకి వెళ్లి, ఎవరికి కావలసినది వారు తిన్నారు. వారందరికీ కలిపి మొత్తం ఖర్చు 20 రూపాయలు అయింది. ఒక్కొక్క మగవాడు మూడు రూపాయలు, ఒక్కొక్క ఆడది రెండు రూపాయలు, ఒక్కొక్క పిల్లవాడు అర్ధరూపాయి విలువగల వస్తువులు తిన్నారు.

అయితే ఆ గుంపులో ఎందరు మగవాళ్లు, ఎందరు ఆడవాళ్లు, ఎందరు పిల్లలు ఉన్నారో చెప్పగలరా?

41. పది దుర్గాలు

ఒకరాజు తనదేశంలో పది దుర్గాలను నిర్మించదలచాడు. వాటిని వరుసకి నాలుగేసి చొప్పున ఐదు వరుసలలో కట్టాలని నిశ్చయించాడు. ఈ విధంగా కడితే దుర్గములన్నిటికీ పరస్పర సహాయం బాగా ఉండి అభేద్యంగా ఉంటాయని అతడికొక నమ్మకం.



మహామాత్యుడు రాజు కోరిక ననుసరించి దుర్గములను ఏ విధంగా కట్టవచ్చునో పై బొమ్మలో చూపినట్లు నమూనా గీసి చూపించాడు. ఇందులో గీతలు కోట గోడలు. గీత కలిసినచోట ఉన్నవి దుర్గాలు.

దానిని చూసి రాజు తల అడ్డంగా ఆడించాడు. "అమాత్యులవారి దుర్గనిర్మాణపద్ధతిలో ఒక లోపం కనిపిస్తోంది. ఇందులోని ప్రతి దుర్గం మీదనూ శత్రువు సరాసరి దాడి చేయగలడు. ఈ పదింటిలోనూ సాధ్యమైనన్ని ఎక్కువ దుర్గాలు శత్రువుకి అందుబాటులో లేకుండా అంటే కోటగోడను దాటితే గాని దొరకకుండా ఉండేలాగ కట్టాలి. అవి ప్రత్యేకంగా మా నివాసం కోసం" అన్నాడు రాజు.

అమాత్యుడి కనుబొమలు ముడివడ్డాయి. "వరుసకి నాలుగు చొప్పున ఐదు వరుసలలో దుర్గాలు ఉండాలి, కొన్ని దుర్గాలు ఈ కోటగోడలకు లోపల ఉండాలీ అంటే సాధ్యం కాదు అనుకుంటాను. ఈ రెండు నియమాలూ పరస్పర వ్యాఘాతంగా ఉన్నాయి అని ప్రభువులు గమనించాలి"

రాజు చిరునవ్వు నవ్వి, ఆ పని ఎల్లా చేయవచ్చునో చూపించాడు.

"ఎలాగైనా ప్రభువులు అవతారపురుషులు!" అని మెచ్చుకోవడం ద్వారా తన చేతకానితనాన్ని కప్పిపుచ్చుకున్నాడు మహామాత్యుడు.

రాజు చూపించిన ఆ పద్ధతి ఏమిటో మీరు ఊహించగలరా?

42. కాలీపవరు

బెజవాడలో మాఇళ్లదగ్గర కూరలు అమ్మేమనిషి "కాలీపవరు" (కాలీఫ్లవర్) తరచు అమ్మకానికి తెచ్చేది. వాళ్ల కామందుగారి పొలంలో పండిస్తారట. కిందటి ఏడాదికన్న ఈ ఏడాది మరి కొంచెం పెద్ద చదరంలో ఈ మొక్కలు వేశారుట

కనుక ఈ ఏడు 211 మొక్కలు అదనంగా వేయగలిగేరట.

అయితే ఈ ఏడు ఎన్ని మొక్కలు వేశారో ఊహించగలరా? అడుగుకి ఒక మొక్క చొప్పున వేస్తే ఈ ఏడు ఎంత స్థలంలో ఆ మొక్కలు వేశారో చెప్పండి చూద్దాం.

43. పాలవాడికథ

పాలవాడు ఒక చెంబునిండా చిక్కని నీళ్లుకలపని పాలు తీసుకువచ్చాడు. అతడు మూడు ఇళ్లవాళ్లకి వాడికగా పాలుపోస్తూ ఉంటాడు. ముగ్గురూ సమానంగానే పోయించుకుంటారు.

అతడు మొదటి ఇంటికి వెళ్లి, తనదగ్గర ఉన్న పావులీటరు లోటాతో కొలిచి, వాళ్లకి పోయవలసిన పాలు పోసి, బయట వీధిలో ఉన్న కుళాయి కింద ఆ చెంబు పెట్టి నింపుతాడు. తరువాత రెండో ఇంటికి వెళ్లి, వాళ్లకి కూడా పాలుపోసి, మళ్లీ నీళ్లతో చెంబునింపుతాడు. తరవాత మూడోఇంట్లో పాలుపోస్తాడు.

మిగిలిన చెంబులోని పాలలో మీటరువేసి చూడగా ముప్పావులీటరు మాత్రమే పాలు, మిగిలినవన్నీ నీళ్లు అని తేలింది.

ఇంతకీ ఆ చెంబులో ఎన్ని పాలుపడతాయి? ఒక్కొక్క ఇంటి దగ్గర ఎన్ని పాలు పోస్తున్నాడు?

44. చదరంలో చదరాలు

ఒక చతురస్రాన్ని చిన్నచిన్న చదరాలుగా విడదీయాలి. ఆ చిన్న చదరాలన్నీ వేరు వేరు వైశాల్యములు కలవి అయి ఉండాలి. అంటే ఏ రెండు చదరములూ ఒకే వైశాల్యముగలవి అయి ఉండకూడదు. ఈ పని మీరు చేయగలరా?

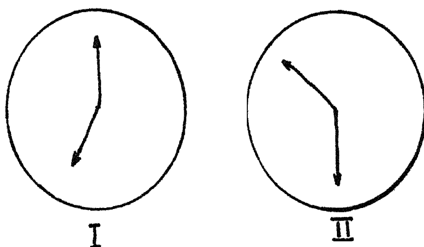
45. ముగ్గురు దొంగలు

రాముడు, భీముడు, సోముడు అనే ముగ్గురు తోడుదొంగలు ఒక కోటీశ్వరుడి ఇంట్లో కన్నం వేసి, తలొక పెట్టె నెత్తికి ఎత్తుకుని పారిపోయారు. కొంతదూరం పోయి పెట్టెలు తెరిచి చూసుకుంటే రాముడి పెట్టెలో 80, భీముడిపెట్టెలో 50, సోముడి పెట్టెలో 30 బంగారు కడ్డీలు ఉన్నాయి. ఎవరికి దొరికిన సొమ్ము వారిదే అని ముందుగానే నిర్ణయించుకున్నారు కనుక పంపకాలలో పేచీలు లేవు.

వెడుతూ ఉండగా దారిలో ఒక కాలువ అడ్డం వచ్చింది. అక్కడొక చిన్న పడవ ఉంది. అందులో ఇద్దరు మనుషులు కూర్చోవచ్చు. లేదా ఒక మనిషి, ఒక పెట్టె ఉండవచ్చు. ఆ దొంగలలో ప్రతి ఒక్కడికీ మిగిలిన ఇద్దరి మీదా అనుమానమే. ఆఖరికి ఒక ఒప్పందం చేసుకున్నారు. ఈ రేవులోగాని, అవతలిరేవులోగాని, పడవలోగాని ఏ ఒక్కడూ తన సొమ్ము కన్న ఎక్కువ సొమ్ము ఉన్న చోట ఉండకూడదు. అంటే తనకు "న్యాయంగా"రావలసిన సొమ్ముకన్న అధికంగా చేతబట్టుకుని పలాయనం చిత్తగించే అవకాశం ఎవ్వరికీ దొరకకూడదన్నమాట.

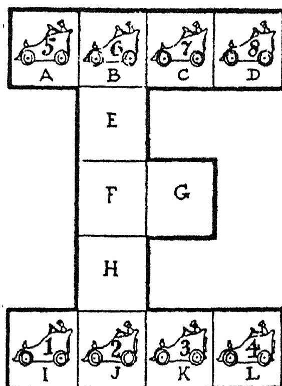
ఈ షరతులకు కట్టుబడి ఆ దొంగలు తమ పెట్టెలతో సహా అవతలి రేవుకి మొత్తం మీద చేరగలిగేరు. అది ఎలా సాధ్యమైందో మీరు ఊహించగలరా?

46. గడియారపు ముళ్లు



ఈ బొమ్మలలోని గడియారపు ముళ్ల మధ్యనున్న కోణాలను - కోణమానినితో కొలవకుండా - ఊహించగలరా?

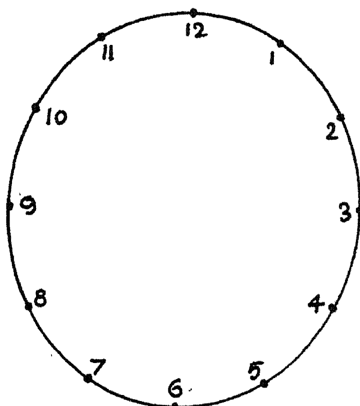
47. కారు గరాజ్



ఇది 12 కార్లు పెట్టుకోడానికి సరిపోయే గరాజ్. గుర్తుకోసం ఈ గదులకు A, B, C..........L అని పేర్లు పెడదాం. ఒక్కొక్క గదిలో ఒక్కొక్క కారు మాత్రమే పడుతుంది. I, J, K, L అనే గదులలో వరుసగా 1, 2, 3, 4 నంబర్లు గల కార్లు; A, B, C, D అనే గదులలో వరుసగా 5, 6, 7, 8 నంబర్లుగల కార్లు ఉన్నాయి.

ఇప్పుడు చేయవలసిన దేమిటంటే 5, 6, 7, 8 నంబర్లుగల కార్లను వరుసగా I, J, K, L అనే గదులలోకీ; 1, 2, 3, 4 నంబర్లు గల కార్లను వరుగా A, B, C, D అనే గదులలోకీ సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో మార్చడం ఎలాగ?

48. గడియారపు డయల్



ఇక్కడి బొమ్మలో గడియారపు డయలు చూపబడింది. దీనిని 6 భాగాలుగా విభజించాలి. ఆ భాగాలు ఏయే ఆకారాలలో ఉన్నా ఫరవాలేదు. కాని, ప్రతి ముక్కలోకి వచ్చిన అంకెల మొత్తము ఆరింటిలోనూ సమానంగా ఉండాలి.

ఆ విభజన ఎలా చేస్తే ఇది సాధ్యం అవుతుందో చెప్పగలరా?

49. సూక్ష్మజీవులు

ఒకరకం సూక్ష్మజీవి ఒక గంటసేపట్లో రెండు సూక్ష్మజీవులుగా విడిపోతుంది. అవి రెండూ పెరిగి మరో గంటలో నాలుగు అవుతాయి. ఇలా గంటగంటకు వాటి సంఖ్య రెట్టింపు అవుతూ ఉంటుంది.

ఒక చదరపుటంగుళం స్థలంలో ఒక సూక్ష్మజీవిని విడిచిపెడితే 30 గంటలలో దాని సంతతి ఆ స్థలాన్ని పూర్తిగా ఆక్రమించేస్తాయి. అదే చదరపుటంగుళం స్థలంలో మొదట్లోనే రెండు సూక్ష్మజీవులను వదిలితే వాటి సంతతి ఆ ప్రదేశాన్ని పూర్తిగా ఆక్రమించడానికి ఎన్ని గంటలు పడుతుంది?

50. ఎదురుగాలి

ఢిల్లీనుంచి హైదరాబాదు వచ్చే విమానం ప్రయాణం చేసే దూరం 900 మైళ్ళు. ఒక విమానం గంటకు 300 మైళ్లవేగంతో ఈ రెండునగరాల మధ్య తిరుగుతూ ఉంటుంది.

ఒక రోజున ఢిల్లీనుంచి హైదరాబాదు వైపుగా గంటకు 100 మైళ్ల వేగంతో గాలి వీస్తోంది. ఆ గాలిలో విమానం ప్రయాణం చేస్తోంది. ఢిల్లీనుంచి హైదరాబాదు వెళ్లే ప్రయాణంలో గాలి విసురు సహకరించడం వల్ల విమానవేగం హెచ్చుతుంది. తిరుగు ప్రయాణంలో ఎదురుగాలి వల్ల సరిగ్గా అంతే వేగం తగ్గుతుంది.

ఒకవైపు ప్రయాణంలో వేగం హెచ్చి, తిరుగు ప్రయాణంలో సరిగ్గా అంతే వేగం తగ్గితే రానూ పోనూ ప్రయాణానికి పట్టే మొత్తం వ్యవధి మారుతుందా? మారదా?

గాలి నిశ్చలంగా ఉంటే రాను 3 గంటలు, పోను 3 గంటలు మొత్తం 6 గంటలు పడుతుంది. కాని, గాలివీస్తూ ఉంటే ఢిల్లీనుంచి హైదరాబాదుకి వెళ్ళే విమానవేగం 300 + 100 = 400 మైళ్లు కనుక ఈ ప్రయాణానికి పట్టేకాలం $2\frac{1}{4}$ గంటలు. తిరుగు ప్రయాణంలో విమానవేగం 300-100=200 మైళ్లు కనుక ఈ ప్రయాణానికి పట్టేకాలం $4\frac{1}{2}$ గంటలు. రానూపోనూ మొత్తం కాలం $2\frac{1}{4}+4\frac{1}{2} = 6\frac{3}{4}$ గంటలు. అంటే 45 నిమిషాల అదన వ్యవధి అవసరమైంది అన్నమాట!

ఒకవైపు ప్రయాణంలో గాలి ఎదురుతోసినప్పటికీ, మరొకవైపు ప్రయాణంలో గాలి సహకరిస్తోంది కదా? ఒకవైపు విమానవేగం 400 మైళ్ళు, రెండవవైపు విమానవేగం 200 మైళ్లు అయితే సరాసరి వేగం 300 మైళ్లే కదా? అయినప్పటికీ రానూపోనూ మొత్తం ప్రయాణానికి ఎక్కువటైము ఎందుకుపట్టింది?

51. పొలంలో సగం

ఒకడికి 2000 గజాలపొడవు, 1000 గజాల వెడల్పు ఉన్న దీర్ఘచతురస్రాకారపు పొలం ఉంది. దానిలో సగభాగం కౌలుకి ఇవ్వాలనుకున్నాడు. మధ్యకి గీతగీసి రెండు సమభాగాలు చెయ్యడం సాధ్యం కాలేదు, ఏమంటే ఆ పొలంలో అక్కడక్కడ పెద్ద పెద్ద బండరాళ్లున్నాయి. అందువల్ల నడుమకి గీతగీసి విడదీస్తే కౌలుదారుకి నష్టం వస్తుంది. కనుక పొలం చుట్టూ కొన్ని గజాల వెడల్పున చీలికలాగా చేసి, రెండు సమభాగాలు చెయ్యాలనుకున్నాడు. అయితే ఈ విధంగా రెండు సరిసమానభాగాలు చెయ్యాలంటే ఆ చీలిక ఎంత వెడల్పుగా ఉండాలో చెప్పగలరా?

52. జూదంలో పంపకాలు

రంగన్న, కామయ్య అనే ఇద్దరు జూదగాళ్లు చెరో 30 రూపాయలూ మధ్యలో వేసి, పాచికలు తీసుకుని జూదం మొదలుపెట్టారు. మూడుసార్లు ఆటనెగ్గినవాడికి ఆ 60 రూపాయలూ చెందాలని ఒప్పందం చేసుకున్నారు.

మొదటిరెండు ఆటలూ రంగన్న నెగ్గేడు. మూడవ ఆట కామయ్య నెగ్గేడు. అంతలో పోలీసులు వస్తున్నట్లు ఆచూకీ తెలిసి పాచికలు దాచేసి, డబ్బు చేతబట్టుకుని పారిపోయారు. ఇక ఆ రోజుకి ఆట కొనసాగించదలుచుకోలేదు వాళ్లు. పందెం కాచిన 60 రూపాయలూ పంచేసుకుందామనుకున్నారు. వాళ్లు ఏ నిష్పత్తిలో పంచుకోవడం న్యాయం?

53. పలకల పెనిసిలు

బజారులో రెండురకాల పెనిసిళ్లు అమ్ముతూ ఉంటారు. ఒకటి గుండ్రంగానూ, రెండవది షడ్భుజాకారంలోనూ, (అంటే ఆరు పలకలుగా) ఉంటాయి అని తెలుసుకదా? ఇప్పుడు మన సమస్య ఏమిటంటే - షడ్భుజాకారపు పెనిసిలుకి ఎన్ని ముఖాలు ఉంటాయి?

54. సైకిలు అసలు వేగం

ఒకడు సైకిలు మీద వాలు గాలిలో ఒక మైలుదూరం 3 నిమిషాలలో తొక్కగలిగేడు. తిరిగి వచ్చేటప్పుడు ఎదురు గాలిలో ఒక మైలు దూరాన్ని 4 నిమిషాలలో తొక్కగలిగేడు. గాలి నిశ్చలంగా ఉండి ఉంటే ఒక మైలు దూరం తొక్కడానికి అతడికి ఎంత టైము పడుతుంది?

55. ఇరవై నలుగురు పిల్లలు

24 మంది పిల్లలను వరుసకు అయిదుగురు చొప్పున 6 వరుసలలో నిలబెట్టటం ఎలాగ?

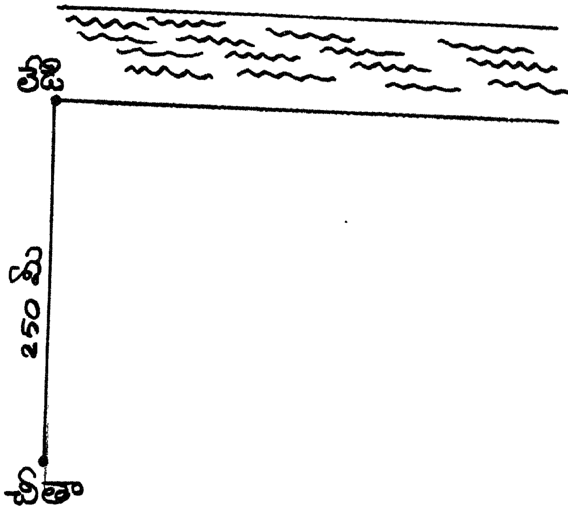
56. ఎంత పొడవు?

ఒక ఘనపు మీటరు కొయ్య దిమ్మ ఉంది. దానిని ఘనపుమిల్లీమీటరు ముక్కలుగా కోసి, ఒకదాని పక్కని ఒకటి వరుసగా పేర్చుకుంటూ పోతే ఎంత పొడుగు అవుతుంది?

57. వందకి సమానం

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 అనే అంకెలను ఒక్కొక్కసారి మాత్రమే ఉపయోగించి వందకు సమానం అయేటట్లు వ్రాయడం ఎలా?

58. లేడి - చీతా



నది ఒడ్డున లేడి నీళ్లు తాగుతోంది. అంతలో ఏదో అలికిడి అయి గరుక్కున తిరిగి చూసింది. దక్షిణంగా 250 మీటర్ల దూరంలో రెండు పచ్చటి కళ్లు మెరుస్తూ కనిపించాయి. అది చీతా అని తక్షణం గ్రహించేసి ప్రాణభయంతో లేడి తూర్పుగా పరుగెత్తసాగింది.

లేడి పరుగెత్తడం గమనించిన చీతా దానిని పట్టుకోవడానికి పరుగు ప్రారంభించింది. ఆ పరుగెత్తడం రుజురేఖలో కాక సరాసరి లేడి కనిపిస్తున్న దిశలో పరుగెత్తసాగింది.

ఆ జంతువులు రెండూ తమకున్న బలం అంతా కాళ్లల్లో పొదివి, స్థిరవేగాలతో పరుగెడుతున్నాయి. లేడివేగం కన్న చీతా వేగం $1\frac{1}{3}$ రెట్లు అధికం.

లేడి ఎంత దూరం పరిగెత్తేక చీతా పంజా దెబ్బకి పడిపోయి ఉంటుందో లెక్క వేయగలరా?

59. పరాకు

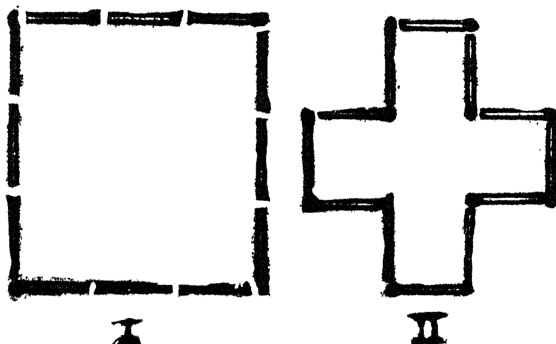
ఒకడు బ్యాంకుకి వెళ్లి చెక్కు అందించాడు. కాషియర్ ఆ రోజున ఎందుకో పరాగ్గా ఉండి, చెక్కులోని అంకెలను తప్పుగా అర్థం చేసుకుని రూపాయలకి బదులు పైసలు, పైసలకి బదులు రూపాయలూ ఇచ్చాడు. ఆ చెక్కు ఇచ్చిన ఆసామి పొరబాటును చూపించగా కాషియర్ నాలుక కరుచుకుని, కాగితం మీద ఏవేవో అంకెలు వేసి, రూపాయి పదకొండుపైసలు ఆదనంగా ఇచ్చాడు.

"అబ్బే! నాకు రావలసిన దాంట్లో సగమే ఇచ్చారు. మరీ ఇంత పరాకైతే డబ్బు విషయంలో కష్టమే సుమండీ" అని మందలించాడు ఆ వ్యక్తి.

కాషియర్ క్షమాపణ చెప్పుకుని, ఆయనకి ఇవ్వవలసిన సొమ్ము సరిగ్గా ఇచ్చి పంపేశాడు.

ఇంతకీ ఆ చెక్కులో వ్రాసి ఉన్న మొత్తం ఎంత?

60. పన్నెండు అగ్గిపుల్లలు

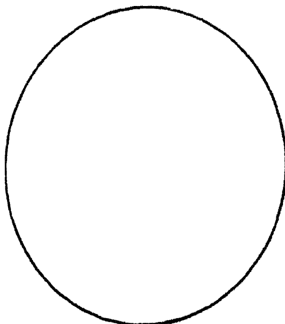


12 అగ్గిపుల్లలు తీసుకుని, వాటిని I వ బొమ్మలో లాగ చతురస్రం లాగ అమర్చితే దాని వైశాల్యం 9 చదరపుటగ్గిపుల్లలు ఉంటుంది. చదరపుటడుగులలాగే చదరపుటగ్గిపుల్లలు అనే కొత్తమాటను వాడుక చేద్దాం. దీనిని క్లుప్తంగా చ. అ. అని వ్రాద్దాం.

ఈ పన్నెండు అగ్గిపుల్లలనే II వ బొమ్మలో చూపినట్లు సిలువ ఆకారంలో అమర్తిస్తే, దాని వైశాల్యం 5 చ.అ. ఉంటుంది.

12 అగ్గిపుల్లలతోనే 4 చ.అ. వైశాల్యం గల చిత్రాన్ని నిర్మించగలరా?

61. బర్త్ డే కేక్



మేరీ 22వ పుట్టినరోజునాడు గుండ్రటి కేక్ తయారు చేయించారు. వంకరటింకరులు లేకుండా తిన్నగా ఆరుకోతలతో దానిని 22 ముక్కలుగా చేయడానికి మేరీ తంటాలు పడుతోంది. ఆమెకి మీరేమైనా సాయం చేయగలరా?

62. రెండుశేర్ల పాలు

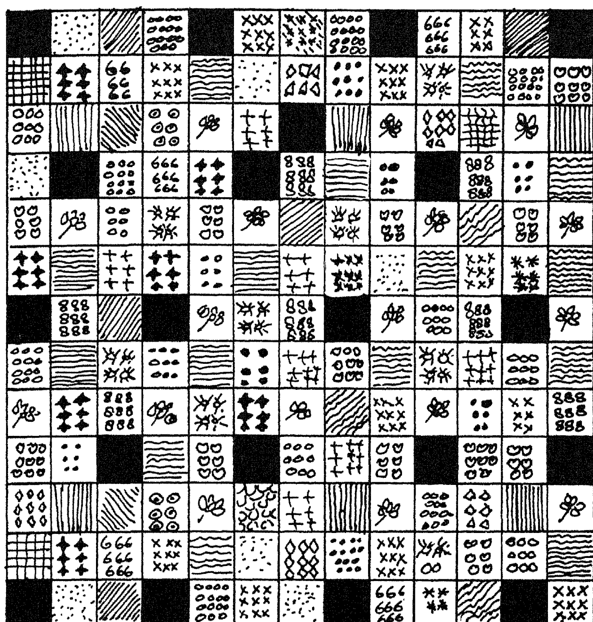
ఒక పెద్దపాలదుకాణంలో రెండు పెద్ద బిందెలనిండుగా పాలు ఉన్నాయి. ఒక్కొక్క బిందెలో వంద శేర్లపాలు పడతాయి.

ఇద్దరు పెద్దమనుషులు దుకాణంలోకి వచ్చారు. ఒకడి చేతిలో 4 శేర్లు పట్టే చెంబు, మరొకడి చేతిలో 5 శేర్లు పట్టే చెంబు ఉన్నాయి. వారిద్దరూ కూడా చెరో రెండు శేర్లపాలూ కొని పట్టుకువెళ్లడానికి వచ్చారు.

కొలతకు ఉపయోగించే పాత్రలేవీ అందుబాటులో లేవు. తొందరపడుతున్న ఆ పెద్దమనుషులకు రెండేసి శేర్లపాలు కొలిచి ఇవ్వడం ఎలాగా అని బుర్రగోక్కుంటున్న దుకాణదారునికి మీరు సాయం చేయగలరా?

4 శేర్లు, 5 శేర్లు పట్టే చెంబులు, 100 శేర్లపాలతో నిండిన రెండు బిందెలు మాత్రమే ఈ పనికి ఉపయోగించాలని మరిచిపోకండి సుమా!

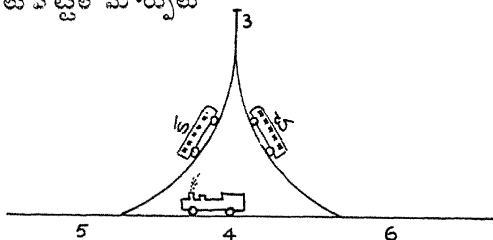
63. పొదుపరి ఇల్లాలు



బహూపాదుపరి అయిన ఒకానొక ఇల్లాలి దగ్గర ఈ బొమ్మలో చూపినట్లున్న నలుచదరపు సిల్కు బట్ట - ఖరీదైనది - ఉంది. దీనిని కత్తిరించి రెండు చిన్న చదరాలు తయారు చెయ్యాలని ఆమె కోరిక. బట్టమీద గళ్లడిజైను ఉండడంచేత దానిని గీతల వెంబడేగాని మరోలాగ కత్తిరించడానికి వీలు లేదు.

ఆమె చాలా సేపు ఆలోచించి, ఆఖరికి దానిని 4 ముక్కలుగా కత్తిరించి, వాటితో రెండు చిన్న చదరాలు తయారుచేయగలిగింది. అది ఎలా సాధ్యమైందో మీరు ఊహించగలరా?

64. రైలుపెట్టెల మార్పులు



ఒకానొక రైల్వేస్టేషనులో రైలుపట్టాలు ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లుగా ఉన్నాయి. 3 అనే అంకెగల పట్టాలమీద ఒక్కరైలు పెట్టెమాత్రమే పడుతుంది. ఇక్కడ ఇంజను పట్టదు.

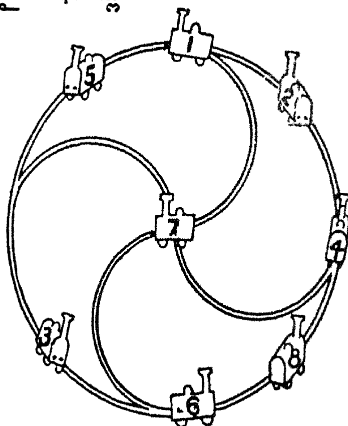
మొట్టమొదట రైలు ఇంజను 4 దగ్గర ఉంది. "క" అనే రైలుపెట్టె 1 దగ్గర, "చ" అనే రైలుపెట్టె 2 దగ్గర ఉన్నాయి. క, చ ల స్థానాలు తారుమారు చెయ్యాలంటే ఎలా సాధ్యమో మీకు తెలుసా?

65. అన్నాచెల్లెళ్లు

రామం, రవి పక్కపక్క ఇళ్లల్లో ఉంటున్న పిల్లలు. స్కూళ్లు తెరిచారు. పుస్తకాలు కొనుక్కోడానికి వాళ్లిద్దరూ తమ చెల్లెళ్లను (సీత, వాణి వాళ్లపేర్లు), చెరో 65 రూపాయలను వెంట తీసుకుని పుస్తకాల షాపుకు వెళ్లారు. తమకు కావలసిన పుస్తకాలు తీసుకుని బయటికి వచ్చారు. వారిలో ప్రతి ఒక్కరూ ఎన్ని పుస్తకాలు కొన్నారో అన్నేసి రూపాయలు ఒక్కొక్క పుస్తకానికి వెచ్చించారు. పట్టుకువెళ్లిన సొమ్ము సరిగ్గా సరిపోయింది. వాణి ఒక్కపుస్తకమే కొనుక్కుంది. రవి కన్న రామం ఒక పుస్తకం ఎక్కువ కొనుక్కున్నాడు. జాగ్రత్తగా విన్నారు కదా?

ఇప్పుడు చెప్పండి సీత అన్నయ్య ఎవరు?

66. ఎనిమిది రైలు ఇంజన్లు



ఒక పెద్ద రైల్వేస్టేషనులో ఈ బొమ్మలో చూపినట్లు గుండ్రంగా రైలు పట్టాలు, వాటిమీద 8 రైలు ఇంజన్లు (చుట్టూ 7 ఇంజన్లు, మధ్యలో ఒక ఇంజను) ఉన్నాయి. తొమ్మిదవ చోటు ఖాళీగా ఉండిపోయింది. ఈ తొమ్మిది జంక్షనులలో మాత్రమే ఇంజన్లు స్థిరంగా నిలబడవచ్చు. (అంటే జంక్షనుల మధ్య పట్టాలమీద నిలబడకూడదు).

ఇప్పుడు చేయవలసినదేమిటంటే ఈ ఇంజనులను 1, 2, 3, 4, 5, 6,

7, 8. అనే వరుసలో వృత్తం చుట్టూ ఉన్న 8 జంక్షనులలోకీ తీసుకురావాలి. ఇందులో మరో ఇబ్బంది కూడా ఉంది, 5వ నంబరు ఇంజను పాడైపోయింది, కనుక అది అక్కడినుంచి కదలదు. మరి ప్రయత్నించండి.

67. మొగుడిపేరు ఏమిటి?

ఒకే ఇంట్లో పక్కపక్కవాటాలలో కాపరాలు ఉంటున్న నాలుగు జంటలు బజారుకి వెళ్లాయి. వాళ్లందరూ కలిసి మొత్తం 500 రూపాయలు ఖర్చుపెట్టారు. విమల 10 రూ. సుమతి 20 రూ. భానుమతి 30 రూ. పార్వతి 40 రూ.లు ఖర్చు పెట్టారు. మగవాళ్లల్లో పార్థసారథి తన భార్యకు 5 రెట్లు. భాస్కరం తన భార్యకు 4 రెట్లు; సోమయాజులు తన భార్యకు 3 రెట్లు; వెంకట్రావు తన భార్యకు 2 రెట్లు ఖర్చు చేశారు.

ఇంతకీ ఎవరి భర్త ఎవరో మీకు తెలిసిందా?

68. సరి - బేసి సంఖ్యల మొత్తం

1, 3, 5, 7, 9 అనే బేసి అంకెలు కూడితే 25 వస్తుంది. 2, 4, 6, 8 అనే సరి అంకెలు కూడితే 20 వస్తుంది. మొత్తములు సమానమయేటట్లు సరి సంఖ్యలను, బేసి సంఖ్యలనూ వ్రాయడం ఎల్లాగ?

69. పన్నెండు ఎత్తులలో తట్టు

నాకు చదరంగం ఆడడం బాగా రాదన్న సంగతి శంకరప్పతో ఒక్క ఆట ఆడేక తెలిసింది. ఆట మొదలుపెట్టి 12 ఎత్తులు గడిచేయో లేదో నా ఆట "తట్టు" అయిపోయింది! అంటే నేను ఎత్తు వేయడం అసాధ్యమైపోయింది - తమాషా ఏమిటంటే నావి గానీ, శంకరప్పవిగానీ ఒక్కటంటే ఒక్క జంతువు అయినా చావలేదు. 32 జంతువులూ బల్లమీదే ఉన్నాయి. నా జంతువులకు కదలడానికి చోటే లేకపోవడం గమనించి నిర్విణ్ణుడనైపోయాను.

ఇంతకీ మా ఆట ఏ విధంగా నడిచిందో ఊహించగలరా?

70. జటాయువధ

"వనజ" ను "జడ"పెట్టి గుణించి, "సటా" సంకలనం చేస్తే "జటాయువధ" అవుతుందిట! భావకవిత్వంలాగ ఏమీ అర్థం అవడం లేదా?

పోనీ ఈ క్రింద చూపినట్లు వ్రాస్తే ఏమైనా కొరుకుడు పడుతుందేమో చూడండి.

```
జ డ) జ టా యు వ ధ (వ న జ
     ప ప  ప
     ------
       ప డ వ
       ప వ ర
       ------
         స జ ధ
         స ధ న
         ------
           స టా
         ------
```

ఒక ఐదు అంకెల సంఖ్యని మరొక రెండు అంకెల సంఖ్యచే భాగిస్తే, ఒక మూడు అంకెల సంఖ్య విభక్తంగా వచ్చి, ఒక రెండు అంకెల సంఖ్య శేషం మిగిలింది.

ఆ అంకెలకు బదులుగా మారువేషం వేసి, అక్షరాల రూపంలో ఈ భాగహారంలో కూర్చోబెట్టేరు.

ఇందులోని ప్రతీ అక్షరమూ ఒక్కొక్క అంకెను సూచిస్తుంది.

పైన ఇచ్చిన వివరాలతో ఈ అక్షరాల ముసుగులు తొలగించి, అసలు అంకెలను గుర్తించగలరేమో ప్రయత్నించండి! "మెదడుకి పదును" పెట్టి పూర్వం అక్షరాల భాగహారాన్ని సాధించిన గురవయ్య సెట్టి ముని మనవడికి దొరికినట్లు లంకె బిందెలు దొరుకుతాయన్న హామీ ఇవ్వలేను గానీ, ఒక చిక్కు లెక్కను సాధించానన్న సంతృప్తి మాత్రం తప్పకుండా దొరుకుతుంది.

71. SEND - MORE - MONEY

దూరాన ఎక్కడో హాస్టలులో ఉండి చదువుకుంటున్న కొడుకు దగ్గరనుంచి ఒక లెక్కల ప్రొఫెసరుగారికి "SEND - MORE - MONEY" అని టెలిగ్రాం వచ్చింది. అవసరమైన డబ్బు పంపేసి, తీరుబడిగా నెరిసిన గడ్డం దువ్వుకుంటున్న ఆ ప్రొఫెసరుకి చిత్రమైన ఆలోచన వచ్చింది. ఆ టెలిగ్రాములోని మూడు మాటలను ఇలా వ్రాశాడు.

```
  S E N D
  M O R E
M O N E Y
```

ఇది ఒక కూడికలాగ కనిపిస్తోంది. మామూలుగా ఉండవలిసిన అంకెలకి బదులుగా ఇక్కడ అక్షరాలున్నాయి. నాలుగేసి అంకెలుగల సంఖ్యలను రెంటిని కూడితే ఐదు అంకెల సంఖ్య ఒకటి వచ్చింది. ఈ అక్షరాలకు ఏ విలువలు ఇస్తే ఈ కూడిక అర్థవంతం అవుతుందో ఆ లెక్కల ప్రొఫెసరు సులభంగానే గ్రహించగలిగాడు.

ఆ పని మీరుకూడా చేయగలరేమో ప్రయత్నించండి.

72. అక్షరాలతో గుణకారం

```
క ల ప రా సి
         X 4
సి రా ప ల క
```

ఒకానొక ఐదు అంకెలసంఖ్యని 4 చే గుణించగా మరొక ఐదు అంకెల సంఖ్య వచ్చింది. ఇందులో మరో విశేషం ఏమిటంటే గుణకారం వల్ల మొదటి సంఖ్యలోని

అంకెలన్నీ సరిగ్గా తిరుగబడ్డాయి. ఇందులోని ఒక్కొక్క అక్షరం ఒక్కొక్క అంకెకి గుర్తు.

ఈ అక్షరాల విలువలను తర్కం చేత సాధించగలరేమో ప్రయత్నించండి.

73. అనుమానపు మొగుళ్లు

కామేశ్వరరావు - కమల, విశ్వనాథం - విమల, రామారావు - రాధ అనే మూడు జంటలు ఒక చోట రేవు దాటవలసి వచ్చింది. అక్కడ ఒకే ఒక చిన్న పడవ ఉంది. అందులో ఇద్దరే పడతారు.

ఆ ముగ్గురు మగవాళ్లు వట్టి అనుమానపు మనుషులు - రేవుకి ఈ వైపు నగానీ, ఆవైపున గానీ, పడవలో గానీ తాను లేకుండా ఇతర మగవాళ్లు ఒక్కడు గానీ ఇద్దరుగానీ ఉన్నచోట తన భార్య ఉండడం ఏ భర్తకీ ఇష్టం లేదు. తన భార్య ఉంటే ఇతర ఆడవాళ్లతో మాత్రమే ఉండాలి, లేదా తనతో ఉండాలి అంతే. ఆడవారికీ, మగవారికీ కూడా పడవ నడపడం వచ్చును.

ఈ నిబంధనలకు లోబడి వారు ఆరుగురూ రేవు దాటడం ఎలాగ?

74. నాలుగు జంటలు రేవు దాటడం

"అనుమానపు మొగుళ్లు" అనే 73 వ సమస్యలోని నిబంధనలనే అనుసరిస్తూ నాలుగు జంటలు రేవు దాటగలగాలంటే నది మధ్యలో ఒక లంక ఉండడం అవసరం. అవసరానుకూలంగా ఆ లంకలో కొందరిని తాత్కాలికంగా విడుస్తూ ఉండవచ్చు. మనుషులకు బదులు చీట్ల పేకలోని నాలుగు జంటలను (రాజులు, రాణీలు) ఉపయోగించి, 73 వ సమస్యలోని షరుతులనే పాటిస్తూ, ఆ నాలుగు జంటలనూ అవతలి రేవుకి చేర్చగలరేమో ప్రయత్నించండి.

75. ఇంక్రిమెంటు ఆపివేస్తే

ఒక గుమాస్తా 100 - 10 - 350 స్కేలులో పనిచేస్తున్నాడు. ఈ అంకెలకు అర్థం తెలుసుగా? నెలకి 100 రూపాయల జీతంతో మొదలై, ఏడాదికి 10 రూపాయల ఇంక్రిమెంటుతో 350 రూపాయల వరకూ పెరుగుతుంది.

ఆ గుమాస్తా మొదటి సంవత్సరం చివర హిందీ పరీక్ష పాసు కానందువల్ల రెండవ సంవత్సరం ఒక ఇంక్రిమెంటు ఆపివేశారు. రెండవ ఏడాది కష్టపడి పాసు అయేడు, అందువల్ల అటు తరువాతనుంచి రావలసిన ఇంక్రిమెంట్లు అన్నీ వరసగా వస్తూనే ఉన్నాయి. మొత్తం 26 ఏళ్లు ఆ స్కేలులో పని చేసి, అతడు రిటైరు అయాడు.

ఇంతకీ ఒకసారి ఇంక్రిమెంటు ఆపివెయ్యడం వల్ల అతడికి మొత్తం మీద ఎంత నష్టం?

76. ఇరుకు వంతెన

ఒక సన్నని వంతెన మీద ఒకవైపు నుంచి లారీ, రెండో వైపు నుంచి కారు

ఎదురెదురుగా వస్తున్నాయి. వంతెన మీద పక్కకి తప్పుకోడానికి తగినంత చోటు లేదు. ఆ రెండిటిలో ఏదో ఒకటి వెనకకు నడవక తప్పదు. వంతెన మీద లారీ వచ్చిన దూరానికి మూడురెట్ల దూరం కారు వచ్చేసింది. కారు వేగం లారీ వేగానికి రెట్టింపు. ఆ రెండిటికీ కూడా వెనుకకు వెళ్లగలవేగం ముందుకు వెళ్లగల వేగంలో సగం మాత్రమే.

ఇప్పుడు వాటిలో ఏది వెనక్కి మళ్లితే తక్కువ వ్యవధిలో ఆ రెండు వాహనాలూ వంతెన మీద నుంచి బయట పడగలుగుతాయి?

77. ఎన్నేసి జంతువులు?

చలిమంట దగ్గర కూర్చుని ముగ్గురు స్నేహితులు మాట్లాడుకుంటున్నారు.

"నాకు ఒక్క గుర్రం ఇచ్చావంటే నీకు ఆరు పందులు ఇస్తాను. దాంతో నీ హయాములో ఉండే జంతువులు నా దగ్గర ఉన్న వాటికి రెట్టింపు అవుతాయి" అన్నాడు రామదాసు కోటయ్యను ఊరిస్తూ.

అదివిని శంభులింగం రామదాసుతో ఇలా అన్నాడు.

"నువ్వు నాకు ఒక గుర్రం ఇచ్చావంటే నేను నీకు 14 మేకలు ఇస్తాను. దాంతో నా దగ్గర ఉన్న జంతువులకు మూడు రెట్లు నీ దగ్గర ఉంటాయి"

అంతవరకూ మౌనంగా ఉన్న కోటయ్య శంభులింగంతో ఇలా అన్నాడు.

"నువ్వు నాకు ఒక గుర్రం ఇస్తే నేను నీకు నాలుగు ఆవులు ఇస్తాను. అప్పుడు నా దగ్గర ఉన్న జంతువులకు ఆరు రెట్లు నీ దగ్గర ఉంటాయి"

ముగ్గురూ చేతులు వెచ్చ బెట్టుకుంటూ నవ్వుకున్నారు. ఇంతకీ ఆ ముగ్గురి దగ్గర ఎన్నెన్ని జంతువులున్నాయి.

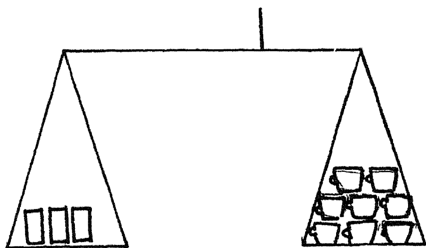
78. కుటుంబరావుగారి పిల్లలు

ఎలిమెంటరీ స్కూలు మాష్టరుగా పనిచేస్తున్న కుటుంబరావుకి ఏణ్ణర్ధం తేడాలతో 15 మంది పిల్లలు పుట్టారు. ఆ పిల్లలలో అందరికన్న చిన్న అయిన బుజ్జిగాడి కన్న తాను 8 రెట్లు పెద్ద అంటోంది మొదటి పిల్ల విశాలాక్షి.

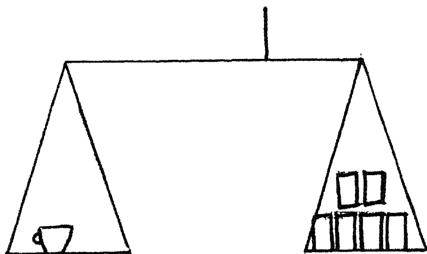
ఇంతకీ ఆమె వయస్సు ఎంత?

79. తులయాచ కించిత్

పట్టణంలోని దొంగ తూనికరాళ్లనూ, తప్పుడు త్రాసులనూ పట్టుకోవడం ఇన్‌స్పెక్టరు రమణారావు డ్యూటీ. ఒకరోజున ఒక దుకాణంలో దొంగత్రాసు ఒకటి అతడి కంటపడింది. అందులో వేలగట్టినతాడు అడ్డకర్రకి సరిగ్గా మధ్యలో కాక, కాస్త పక్కగా ఉంది కానీ, సిబ్బెల బరువులు సమానంగా లేకపోవడం చేత ఖాళీ సిబ్బెలతో అడ్డకర్ర భూ సమాంతరం (Horizontal) గానే ఉండేటట్లు దుకాణదారు తెలివిగా పకడ్బందీగా అమర్చాడు. కానీ, పోలీసులలో తప్పబుట్టిన రమణారావు ఈ మోసం పసిగట్టేడు. తన అనుమానం నిజమో కాదో తేల్చుకోడానికి తూచి చూశాడు.



I



II

1వ తూకం: ఎడమ సిబ్బిలో 3 గ్లాసులు, కుడి సిబ్బిలో 8 కప్పులు ఉంచితే తూకం సరిపోయింది.

2వ తూకం: ఈసారి కప్పులు, గ్లాసులూ తారుమారు చేశాడు. ఎడమ సిబ్బిలో ఒక్క కప్పు, కుడిసిబ్బిలో 6 గ్లాసులూ ఉంచగా తూకం సరిగ్గా సరిపోయింది!

గ్లాసు అసలు బరువు 100 గ్రాములు అనుకుంటే, కప్పు అసలు బరువు ఎంత అయి ఉంటుందో ఈ రెండు తూనికలనూ ఉపయోగించి కనుక్కోగలరా?

80. కుందేళ్లూ - కుక్కపిల్లలూ

పెంపుడు జంతువుల వ్యాపారం చేసే ఆసామీ ఒకడు మంచి జాతి కుక్కపిల్లలు కొన్ని, అందులో సగం జతల కుందేళ్లు కొన్నాడు; కుక్కపిల్లకి 20 రూ.లు కుందేళ్ల జంటకి 20 రూ. చొప్పున ఇచ్చి. దాని మీద 10% లాభం వేసుకుని వాటిని అమ్మసాగేడు.

ఇంచుమించుగా అన్నీ అమ్ముడైపోయాయి ఒక 7 జంతువులు తప్ప. ఇంత వరకూ అమ్ముడైన వాటిమీద తన పెట్టుబడి వచ్చేసింది అని తెలిసింది లెక్క చూచుకుంటే.

అంటే మిగిలిన జంతువులు లాభం అన్నమాట.

ఆ ఏడు జంతువులనూ అమ్మితే అతడికి రాబోయే లాభం ఎంత?

81. తాత - మనవడు

"నేను పుట్టిన సంవత్సరంలోని చివరి రెండు అంకెలు నా వయస్సుకి సమానం అవుతుంది ఈ ఏడు" అన్నాడు ఒకడు 1932లో.

"నాదీ సరిగ్గా అంతే సుమా!" అన్నాడు అతడి తాత.

ఇది ఎలా సాధ్యం? తాతా మనుమళ్ల వయస్సులు ఒకటే అవుతాయా ఎక్కడైనా?

ఇంతకీ వాళ్లిద్దరూ ఏ సంవత్సరాలలో పుట్టి ఉంటారో ఊహించగలరా?

82. 8 ఎనిమిదులు 1000

ఎనిమిది ఎనిమిదులతో వెయ్యి తయారు చేయడం ఎలాగ?

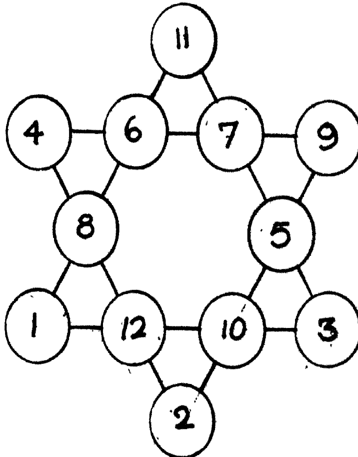
83. 3 మూళ్లు 24

3 ఎనిమిదులు ఉపయోగించి 24 వ్రాయడం చాలా సులభం. 8 + 8 + 8 = 24 కాని 3 ను మూడుసార్లు ఉపయోగించి 24 కి సమానం చేయగలవా?

84. మూడు అంకెలతో 30

ఒకే అంకెను మూడుసార్లు ఉపయోగించి 30 కి సమానమయేటట్లు వ్రాయడం ఎలాగ?

85. ఆరుకోణాల చుక్క



ఇక్కడ చూపిన ఆరుకోణాల చుక్కలో వరుసకి నాలుగు చొప్పున ఆరు వరుసలలో పన్నెండు సున్నలు, ఆ సున్నలలో 1 నుంచి 12 వరకూ అంకెలు - వాడిన అంకెను మళ్లీ వాడకుండా - వ్రాసి ఉన్నాయి. దీని ప్రత్యేకత ఏమిటంటే ఏ వరుస అంకెలు కూడినా మొత్తం 26కి సమానం అవుతుంది.

4 + 6 + 7 + 9 = 26
4 + 8 + 12 + 2 = 26
9 + 5 + 10 + 2 = 26
11 + 6 + 8 + 1 = 26
11 + 7 + 5 + 3 = 26
1 + 12 + 10 + 3 = 26

కాని, కోణాల చివరల ఉన్న ఆరు అంకెల మొత్తము మాత్రం 26కి సమానం కాదు.

4 + 11 + 9 + 3 + 2 + 1 = 30

ఇప్పుడు చేయవలసినదేమిటంటే ఈ 12 అంకెల స్థానాలనూ మార్చి, ఏ వరుస కూడినా 26 కి సమానం అవడమే కాకుండా, కోణాల చివరలగల ఆరు అంకెల మొత్తం కూడా 26 కి సమానమయేటట్లు చెయ్యాలి.

86. పురుగుల కాళ్లు

ఒక జాడీలో కొన్ని సాలీళ్లు, కొన్ని కుమ్మరి పురుగులూ కాపురం ఉంటున్నాయి. ఒకరోజున ఆ జాడీలోకి ఒక బల్లి ప్రవేశించి, వాటినన్నిటినీ గుటకాయస్వాహా చేసింది. కాని, ఆ బల్లికి ఆ పురుగులకాళ్లు సహించక కాబోలు, వాటిని మాత్రం తినకుండా వదిలేసింది.

కొన్నాళ్ల తరువాత ఆ జాడీ అవసరమై బోర్లించి చూతునుకదా దానినిండా పురుగులకాళ్లు. ముందర అసహ్యం వేసింది. మళ్లీ అంతలో సరదా పుట్టి మొత్తం ఎన్ని కాళ్లు ఉన్నాయో లెక్క పెట్టేను. అవి మొత్తం 40 ఉన్నాయి.

అసలు ఆ జాడీలో ఎన్ని సాలీళ్లు, ఎన్ని కుమ్మరి పురుగులు ఉండేవో చెప్పగలరా?

87. శతం భవతి

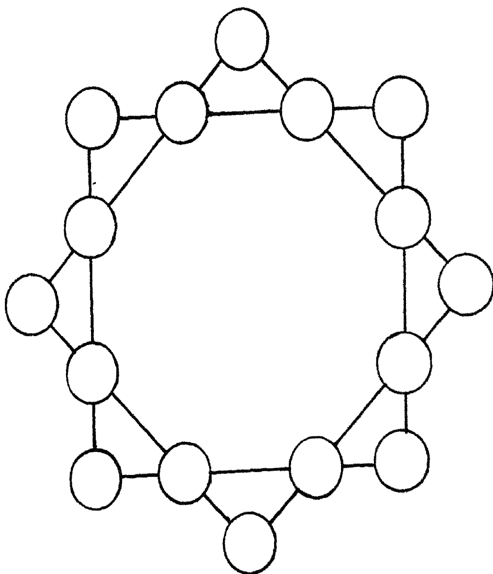
(క) ఐదు ఒకట్లతో 100 వ్రాయడం ఎలాగ?

(చ) ఐదు మూళ్లతో 100 వ్రాయడం ఎలాగ?

(ట) ఐదు ఐదులతో 100 వ్రాయడం ఎలాగ?

88. ఎనిమిది కోణాలచుక్క

వరుసకి నాలుగు చొప్పున 8 వరుసలలో 16 సున్నలు గల 8 కోణాల చుక్క ఇది. ఏ వరుసలోని సంఖ్యలను కూడినా మొత్తం 34, పైగా కోణాల చివరల గల సంఖ్యలను కూడినా మొత్తం 34 వచ్చేటట్లు 1 నుంచి 16 వరకూ గల అంకెలను - వాడినది మళ్లీ వాడకుండా - వేయగలరేమో ప్రయత్నించండి.



89. ఏది ఎంత బరువు?

పెనిసిలు, కలం, సిరా బుడ్డి, గ్లాసు, పుస్తకం - ఈ ఐదు వస్తువులనూ రెండు రెండు చొప్పున సాధ్యమైనన్ని రకాలుగా తీసుకుని - తూచితే 6, 9, 12, 15, 11, 14, 17, 7, 20, 23 తులాల బరువులు తూగేయి. పైన చెప్పిన వరుసలో ఆ వస్తువులు ఒక దానిని మించి మరొకటి ఎక్కువ బరువు అయినవి.

ఆ వస్తువుల బరువులు వేరువేరుగా నిర్ణయించగలరా?. ఏ రెండు వస్తువులు కలిపి తూచితే ఈ బరువులు వచ్చాయో తెలియదు? తెలియనక్కరలేదు కూడా.

90. రెండు కొవ్వొత్తులు

ఢిల్లీలో తరుచు జరుగుతున్నట్లే నిన్న రాత్రి కూడా ఎలక్ట్రిసిటీ హఠాత్తుగా పోయింది. ఇది అలవాటే కనుక కొవ్వొత్తులు కొని ఉంచుకున్నాం. వెంటనే రెండు కొత్త కొవ్వొత్తులు తీసి వెలిగించాం. వాటిలో ఒకటి రెండవ దానికన్న కాస్త లావు, పొడుగు మాత్రం సమానమే. సన్నటిది 4 గంటలలోనూ, లావుపాటిది 5 గంటలలోనూ పూర్తిగా కాలిపోతాయి.

కొంతసేపు అయాక ఎలక్ట్రిసిటీ వచ్చింది. కొవ్వొత్తులు ఆర్పేశాం. కాలగా మిగిలిన కొవ్వొత్తి ముక్కలను చూడగా ఒకటి రెండవ దానికన్న 4 రెట్లు పొడుగ్గా ఉంది అని తెలిసింది.

ఇంతకీ ఆ కొవ్వొత్తులు ఎంతసేపు వెలిగాయి?

91. స్తంభాలకు రంగువేయడం

ఒక వీధిలో ఉన్న లాంతరు స్తంభాలకు పెయింటు వేయడానికి మునిసిపాలిటీవారు రామదాసునీ, నీలకంఠాన్ని నియమించారు. రామదాసు కాస్త పెందలాడే లేచే అలవాటు కలవాడు అవడం చేత తొందరగా పనిలోకి వచ్చి, స్తంభాలకు రంగువేయడం మొదలు పెట్టాడు. అతడు మూడు స్తంభాలకు రంగు వేశాక నీలకంఠం పనిలోకి వచ్చి, "నువ్వు ఇక్కడ పెయింటేస్తున్నావేంటేశ్! నీ పని రోడ్డుకి అటేపు కదంట్రా? ఇటేపు ఎయ్యాల్సింది నేనూ" అని రామదాసుని అవతలివైపుకి పంపేశాడు. నీలకంఠం తన వైపు ఉన్న స్తంభాలన్నీ పూర్తిచేసుకుని, రామదాసుకి సాయం చెయ్యడానికి వెళ్లి, అక్కడ 6 స్తంభాలకు రంగు వేశాడు. పని పూర్తి అయింది. రోడ్డుకి అటు ఎన్ని స్తంభాలు ఉన్నాయో ఇటు కూడా సరిగ్గా అన్నే ఉన్నాయి.

మొత్తం మీద ఎవరు ఎక్కువ స్తంభాలకు రంగు వేశారు? ఎన్ని ఎక్కువ?

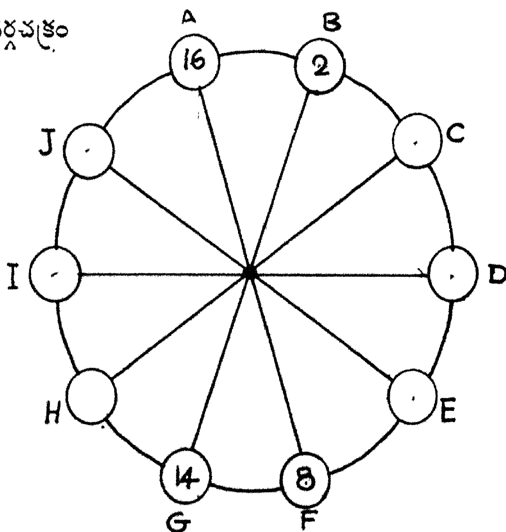
92. బియ్యం పంపకం

ఒకడు వంద శేర్ల బియ్యం వందమందికి పంచిపెట్టాలనుకున్నాడు. "మగవాడికి 5 శేర్లు, ఆడమనిషికి 4 శేర్లు, పిల్లవాడికి అర్ధశేరు చొప్పున ఇవ్వండి" అని ఆయన భార్య సలహా ఇచ్చింది.

"అట్లాగే చేద్దాం" అన్నాడు ఆయన.

కాని ఎంతమంది మగవాళ్లకీ, ఆడవాళ్లకీ, పిల్లలకీ పంచిపెట్టాలో ఆయనకి అర్థం కాలేదు. ఈ విషయంలో మీరు ఆయనకి సలహా ఇవ్వగలరా?

93. వర్గచక్రం



ఈ బొమ్మలో పది ఆకుల చక్రం ఉంది. ఆ ఆకులచివర A, B, C.........................J అనే పేర్లుగల పదిగదులు ఉన్నాయి. ఏ రెండు పక్క పక్క గదులు తీసుకున్నా అందులోని అంకెల వర్గముల మొత్తం వాటికి సరిగ్గా ఎదురుగా ఆకులకు అవతలికొసల గదులలోని అంకెల వర్గముల మొత్తమునకు సమానమయేటట్లు ఈ పదిగదులలోనూ వేరువేరు సంఖ్యలు వ్రాయాలి.

ఉదాహరణ కోసం A, B, F, G అనే గదులలో 16, 2, 8, 14 అనే అంకెలు వ్రాశాను, $A^2 + B^2 = F^2 + G^2$ అయేటట్లు.

$16^2 + 2^2 = 256 + 4 = 260$

$8^2 + 14^2 = 64 + 196 = 260$

ఇల్లాగే, $B^2 + C^2 = G^2 + H^2$

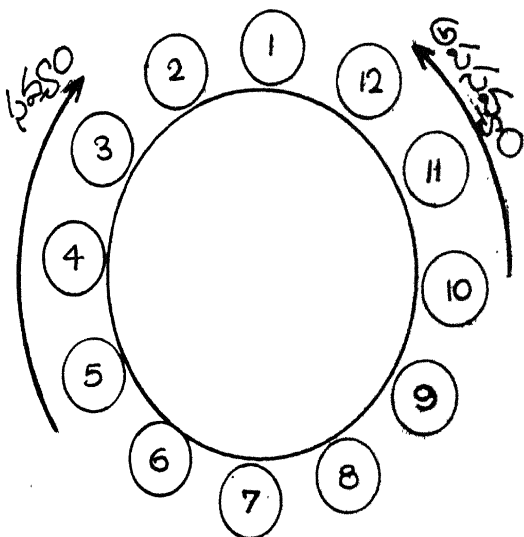
$I^2 + J^2 = D^2 + E^2$

....

ఈ నియమాన్ని పాటిస్తూ మిగిలిన గదులన్నిటినీ పూరించాలి.

(మొత్తములన్నీ 260 కి సమానం కానక్కరలేదు). భిన్నములు వాడకూడదు.

94. పన్నెండు బిళ్లలు



ఈ బొమ్మలో చూపినట్లుగా నేలమీద పెద్దసున్న సుద్దముక్కతో గీసి, ఆ సున్న చుట్టూ 12 చిన్న సున్నలు చుట్టి, ఆ సున్నలలో గడియారపు ముళ్లకి వ్యతిరేక దిశలో (అపసవ్యదిశలో) - 1 నుంచి 12 వరకూ అంకెలు వెయ్యాలి.

గుండ్రని అట్టబిళ్లలు 12 కత్తిరించి ఒక్కొక్క సున్నలో ఒక్కొక్కటి పెట్టాలి. (అట్టబిళ్లలకు బదులు ఏ నాణెములైనా సరే ఉపయోగించవచ్చు).

ఏదో ఒక గదిలోని బిళ్లను తీసి, రెండు బిళ్లల మీదుగా దాటించి, తరువాత గదిలోని బిళ్లమీద పెట్టాలి. తరువాత మరోగదిలో ఉన్న బిళ్లను తీసి, రెండు బిళ్లల మీదుగా దాటించి తరువాత గదిలోని బిళ్లమీద పెట్టాలి. ఈ విధంగా చేస్తూ 2, 4, 6, 8, 10, 12 గదులలో రెండేసి బిళ్లల దొంతరలు ఏర్పరచాలి. దాటించేటప్పుడు మధ్యలో ఉన్న రెండు గదులలోనూ ఒక బిళ్లఉన్నా, రెండు బిళ్లలున్నా ఒకటే. ఖాళీగా ఉన్న గదిని దాటితే దానిని లెక్కించవలసిన పనిలేదు. సవ్యంగా (గడియారపు ముళ్లు తిరిగే దిశలో) గానీ, అపసవ్యంగా గానీ బిళ్లలను నడిపించవచ్చు.

ఉదాహరణకి: 1 వ గదిలోని బిళ్లను ఎత్తి, 2, 3 ల మీదుగా దాటించి, 4 వ గదిలోని బిళ్లమీద పెట్టు. దీనినే హ్రస్వంగా 1 → 4 అని వ్రాయవచ్చు. తరువాత 3 → 6 ; 5 → 8 ; 7 → 10 ; 9 → 12. ఇంక 11 వ గదిలోనూ, 2 వ గదిలోనూ మిగిలిపోయిన బిళ్లలను ఒకదొంతిగా పేర్చడం సాధ్యం కాదుకదా? సరిసంఖ్య గదులలో ఆరు దొంతరలూ ఏర్పడేలాగ చెయ్యాలి.

95. పదహారు అగ్గిపెట్టెలు

పదహారు ఖాళీ అగ్గిపెట్టెలతో ఆడదగ్గ తమాషా అయిన ఆట ఇది. ఇందులో అనంతమైన వైవిధ్యాలకు తావు ఉంది.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

అగ్గిపెట్టెలమీద 1 నుంచి 16 వరకూ అంకెలు వేసి, వాటిని వరుసగా నేలమీద ఉంచు. ఏదో ఒక అగ్గిపెట్టెను తీసుకుని - ఎడమవైపుగా గానీ, కుడివైపుగాగానీ - నాలుగు పెట్టెల మీదుగా ఎగిరి, ఐదవ పెట్టెమీద దీనిని పెట్టాలి. తరువాత మరో పెట్టెను తీసుకుని మళ్లీ నాలుగు పెట్టెల మీదుగా (గదుల మీదుగా కాదు) దాటించి, తరువాత ఉన్న పెట్టెమీద (లేదా పెట్టెల దొంతర మీద) పెట్టాలి. మధ్యలో 3 పెట్టెల దొంతరను దాటిస్తే మూడు అని లెక్కపెట్టాలి. ఖాళీస్థలాన్ని దాటిస్తే దానిని లెక్కపెట్టనక్కరలేదు.

ఈ విధంగా చేస్తూ 1, 2, 15, 16 పెట్టెలమీద నాలుగేసి పెట్టెల దొంతరలను ఏర్పరచగలగాలి. అదీ సమస్య. అంతే కాదు కోరుకున్న ఏ నాలుగు పెట్టెల మీదనైనా సరే నాలుగేసి పెట్టెల దొంతరలు ఏర్పరచాలి.

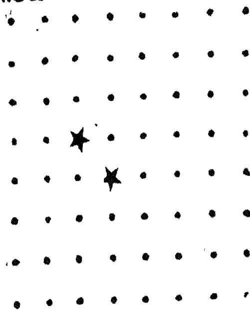
ఒక ఉదాహరణ చూపిస్తాను. 10వ పెట్టెను తీసి 11, 12, 13, 14 నంబర్ల పెట్టెలమీదుగా దాటించి, 15వ పెట్టెమీద పెట్టవచ్చు. దీనిని హ్రస్వంగా 10-15 అని వ్రాద్దాం. తరువాత 12 - 16 ; 11 - 16 ; 7 - 15 ; 13 - 16 ; 5-15 ; 8 - 1 ; 9 - 1 ; 14 - 1 ఈ విధంగా మార్పులు చేస్తే 1, 15, 16 ల మీద నాలుగేసి పెట్టెల దొంతరలు ఏర్పడ్డాయి. కానీ, 3, 4, 6 పెట్టెలను 2 వ

పెట్టె మీదికి చేర్చడం సాధ్యం కాదు.

కనుక ఏ విధంగా చేస్తే 1, 2, 15, 16 ల మీద నాలుగేసి పెట్టెల దొంతరలు ఏర్పడతాయో కనుక్కోండి.

అల్లాగే, 3, 5, 12, 14 ల మీదకూడా నాలుగేసి పెట్టెల దొంతరలు పేర్చగలరేమో ప్రయత్నించండి.

96. చుక్కలు - గీతలు



ఈ బొమ్మలోని రెండు నక్షత్రాలలోనూ ఒకదాని మీద పెనిసిలు పెట్టి, (కాగితం మీదనుంచి పెనిసిలు పైకి ఎత్తకుండా) 14 సరళరేఖలు ఈ చుక్కలు అన్నిటిమీదుగా గీసి, రెండవ నక్షత్రం మీద అంతం చెయ్యాలి. ఈ సరళరేఖలు (చదరంగబ్బల్లమీద మంత్రినడకల్లాగ) అడ్డంగా గానీ, నిలువుగాగానీ, ఏటవాలుగా గానీ గీయవచ్చు. కానీ ఏదో ఒక చుక్క దగ్గర మాత్రమే అగి, మరో సరళ రేఖను మొదలు పెట్టాలి. ఒకే చుక్క మీదుగా అనేక సార్లు గీతలు గీయవచ్చు.

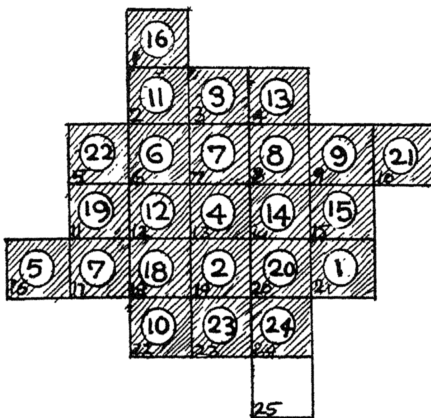
97. సంపూర్ణ వర్గసంఖ్యలు

1 నుంచి 9 వరకూ గల తొమ్మిది అంకెలనూ, ఒక్కొక్కసారి మాత్రమే వాడి, తయారు చేయదగ్గ కనిష్ఠ సంపూర్ణవర్గసంఖ్య ఏది? అల్లాగే గరిష్ఠ సంపూర్ణవర్గ సంఖ్య ఏది?

98. అశ్వధాటీ

ఈ బొమ్మలో చూపినట్లుగా 25 గదులు పెద్దకాగితం మీద గియ్యి. ఆ గదుల సంఖ్యను చిన్న చిన్న అంకెలతో ప్రతిగదిలోనూ ఒక మూల వ్రాయి. ఆ గదులలో పట్టే గుండ్రని అట్ట ముక్కలు 24 కత్తిరించి, వాటి మీద 1 నుంచి 24 వరకూ అంకెలు వేసి, బొమ్మలో చూపిన పద్ధతిలో ఆ గదులలో అమర్చు. 25 వ గది ఖాళీగా మిగిలిపోతుంది.

ఈ అట్టముక్కలను ఒక గదిలోనుంచి, ఖాళీగా ఉన్న మరొక గదిలోకి "గుర్రపు ఎత్తు" తో మార్చవచ్చు. చదరంగంలో గుర్రం ఎలా నడుస్తుందో తెలుసుగా? ఉదా



హారణకి ఈ బొమ్మలో ఖాళీగా ఉన్న 25 వ గదిలోకి 1, 2, 10 అంకెలుగల అట్టముక్కలలో ఏదో ఒక దానిని మార్చవచ్చు.

ఈ విధంగా మారుస్తూ సాధ్యమైనన్ని తక్కువ మార్పులతో ఒకటవ గదిలో 1 అనే అట్టముక్క, రెండవ గదిలో 2 అనే అట్టముక్క. . . . . . ఇరవై నాలుగవ గదిలో 24 వ అట్టముక్క ఉండేటట్లు చెయ్యాలి. ఇదీ సమస్య.

ఉదాహరణకి మార్పులు ఈ క్రింది విధంగా చెయ్యవచ్చు. 1 - 21 - 14 18 - 22 ...... ఖాళీగా ఉండేది ఎప్పుడూ ఒక్కటే గది కనుక పై విధంగా వ్రాస్తే ఏ ముక్క తరువాత ఏ ముక్క ఆ ఖాళీ జాగాను ఆక్రమించిందో తెలుస్తుంది.

99. మొత్తం ఎన్ని చదరాలు?

చదరంగపు బల్లమీద మొత్తం ఎన్ని చదరాలు ఉంటాయో చెప్పగలరా?

100. గుండెలు తీసినబంటు

9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	5	6	7	8

ఒక్కళ్లూ కూర్చుని ఆడుకోదగ్గ ఆటలలో (లేదా సాధించదగ్గ సమస్యలలో) ఇది ఒకటి. ముందర పెద్దకాగితం మీద 3x8 గళ్లు గియ్యి. ఆ గదులలో పట్టేటంత అట్టముక్కలు 16 కత్తిరించి, వాటిమీద 1 నుంచి 16 వరకూ అంకెలు వేసి,

వాటిని బొమ్మలో చూపిన స్థానాలలో ఉంచు. (ఈ అట్టముక్కలకు బదులుగా చదరంగ బలంలోని 16 బంట్లను ఉపయోగించవచ్చు. అంకెలుగల అట్టముక్కలు సుబోధకంగా ఉంటాయని తప్ప మరో కారణం ఏదీ లేదు).

ఈ ఆటలో బిళ్లలు (లేక బంట్లు) పక్కగదిలో ఉన్న మరో బిళ్లమీదుగా ఎగిరి, అవతల ఉన్న ఖాళీ గదిలో పడుతుంది. ఈ దూకడం కుడివైపుకిగానీ, ఎడమవైపుకిగానీ, పైకిగానీ, కిందికిగానీ జరుగుతుందే తప్ప, ఏటవాలుగా మాత్రం దూకకూడదు. ఏ బిళ్లమీదుగా దూకిందో ఆ బిళ్ళను ఆటలోంచి తీసెయ్యాలి. ఉదాహరణకి 1వ బిళ్ళ 9 వ బిళ్లమీదుగా దూకి పైన ఉన్న ఖాళీ గదిలో పడిం దనుకో. 9 వ బిళ్ళను ఆటలోనుంచి తీసెయ్యాలి. ఈ ఎత్తును హ్రస్వంగా 1-9 అని వ్రాయవచ్చు. తరువాత ఎత్తు 2 - 10 కావచ్చు. ఆ తరువాతది 1-2 కావచ్చు.....ఈ విధంగా బల్లమీది 16 బిళ్ళలలో 15 బిళ్ళలను తీసివెయ్యగలగాలి. ఆఖరున బల్లమీద మిగిలిపోయిన బిళ్ల 1 వది అయి ఉండాలి. ప్రతి ఎత్తూ ఏదో ఒక బిళ్లమీదుగా దూకేది అయి ఉండాలి. గంతు వెయ్యకుండా పక్కగదిలోకి జరగకూడదు.

ఏదీ ప్రయత్నించండి.

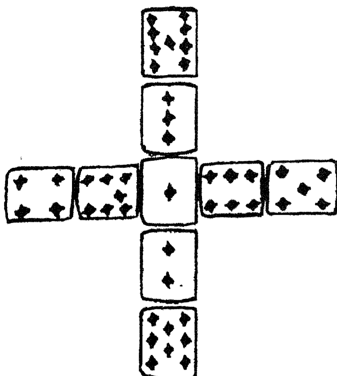
101. మద్యనిషేధం

ఒక మారుమూల పల్లెటూళ్లో దొంగసారా కాస్తున్నారని ఆచూకీ తెలిసి, హుటా హుటీగా ముగ్గురు పోలీసులను అక్కడికి పంపించారు మద్యనిషేధచట్టాన్ని అమలు పరచాలని కంకణం కట్టుకున్న పోలీసు శాఖవారు. పోలీసులు వస్తున్న జాడ తెలిసి కాపు కాస్తున్న వ్యక్తులు అట్టే వ్యవధి లేకపోవడం చేత తయారైన మట్టుకు సారా లంకించుకుని పలాయనమయారు. పోలీసులు ఆ జాగా అంతా వెతగ్గా మట్టిలో పొర్లాడుతున్న ఒక సీసా మాత్రం కనిపించింది. దానినిండుగా ఒకటో రకమైన సారా ఉంది. అటువంటి సీసాలు మరో రెండు దొరుకుతాయేమోనని చాలా శ్రమపడి వెతికేరు గానీ లాభంలేకపోయింది. ఇంక చేసేదేమీ లేక ఆ సీసాను అక్కడే దొరికిన రెండు గ్లాసులనూ పట్టుకుని, పోలీసులు వెళ్లిపోయారు. దారిలో అనువైన మంచి చోటు చూసుకుని ముగ్గురూ చతికిలబడ్డారు.

ఆ సీసాలో నిండుగా 12 ఔన్సుల సారా ఉంది. తమదగ్గర ఉన్న గ్లాసులలో ఒకటి 5 ఔన్సులు, రెండవది 3 ఔన్సులూ పడుతుంది. ఈ కొలతలన్నీ వారికి కరతలామలకమే. అందులో సందేహమేమీ లేదు. వారికి ఇదే మొదటిసారి కనుకనా? ఆ 12 - ఔన్సుల సారాను సరి సమానంగా పంచుకుని అక్కడి కక్కడే తాగేసి వెళ్లిపోదామని వారు తీర్మానించుకున్నారు. ఆలోచనకేమీ, దివ్యంగా ఉంది కానీ పంపకాలు ఎలా చెయ్యాలో తెలియక కిందా మీదా పడ్డారు. ఆఖరికి సాధించగలిగేరు. ఎలాగైనా పోలీసులవి గడుసుబుర్రలు!

ఆ మూడు పాత్రలే ఉపయోగించి వారు సమానంగా ఎలా పంచుకోగలిగారో మీరు ఊహించగలరా?

102. పీపాలో ఎంత ద్రవం ఉంది?



ముక్కలలోని చుక్కల మొత్తము, నిలువువరుసలోని 5 ముక్కల చుక్కల మొత్తము కూడా 23కి సమానము.

ఈ రకమైన సిలువలు ఇంకా తయారుచేయగలరా? చుక్కల మొత్తం 23కి మాత్రమే సమానం కానక్కరలేదు, రెండు వరుసల మొత్తము సమానమైతే చాలు.

105. బొమ్మలు లేని పేషెన్సు

18 పేకముక్కలతో ఒక్కడూ కూర్చుని ఆడుకునే పేషెన్సు ఇది.

డైమనుకి 'డై' అనీ, అరకుకి 'అ' అనీ ఇస్పేటుకి 'ఇ' అనీ, కళావరుకి 'క' అనీ గుర్తులు పెట్టుకుందాం.

'9 డై' అంటే 'డైమను తొమ్మిది' అనీ, '1- క' అంటే 'కళావరు ఆసు' అనీ...... ఇలాగే మిగిలిన అన్ని పేకముక్కలకి హ్రస్వనామాలు ఉపయోగిస్తాం.

మొట్టమొదట ఈ క్రింది విధంగా రెండు దొంతరలు పేర్చుకోవాలి.

మొదటి దొంతర : 9డై ; 8ఇ ; 7డై ;6ఇ ;5డై ;4ఇ ;3డై ; 2ఇ : 1డై

రెండవ దొంతర :9అ; 8క; 7అ; 6క; 5అ; 4క; 3అ ; 2క; 1అ;

ఈ దొంతరలలో 9 అట్టడుగున, 1 పైన ఉంటాయి.

ఈ ఆటలో చేయవలసిన దేమిటంటే ఇస్పేటు, కళావరు ముక్కల స్థానాలు తారుమారు కావాలి. అంకెల వరుసలు మాత్రం చెడిపోకూడదు. అంటే—

9డై; 8క; 7డై; 6క: 5డై: 4క; 3డై; 2క; 1డై; ఒక దొంతరలోనూ—

9అ; 8ఇ; 7అ; 6ఇ; 5అ; 4ఇ; 3అ; 2ఇ ; 1అ; రెండవ దొంతరలోనూ ఉండాలి అన్నమాట

ఈ మార్పులు చేయడానికి ఈ క్రింది నియమాలు పాటించాలి.

(1) ఈ రెండు దొంతరలూ కాక మరో నాలుగు ఖాళీ స్థానాలు అదనంగా ఉంటాయి. వీటిలో ముక్కలు వేసుకోవచ్చు.

(2) ఒక ముక్కను దానికన్న ఒక చుక్క పెద్దది అయిన ముక్కమీద మాత్రమే ఉంచవచ్చు. లేదా ఖాళీస్థలంలో ఉంచవచ్చు. ఉదాహరణకు అసును 2 మీద, 2 ను 3 మీద; 3 ను 4 మీద ...... ఉంచవచ్చు– అది ఏ రంగు ముక్క అయినాసరే. అంతేకాని 2ను 4మీదనో, 5 మీదనో....... ఉంచరాదు. అల్లాగే 3 ను 2 మీదనో, 1 మీదనో ఉంచకూడదు.

(3) ఒక్కొక్కసారి ఒక్కొక్క ముక్కనే తీయాలి.

ఈ నియమాలు పాటిస్తూ సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో కళావరు, ఇస్పేటు ముక్కలను తారుమారు చెయ్యాలి.

ఈ ఆట మొట్టమొదటిసారి ఆడేవారి కోసం కొన్ని సలహాలు ఇవ్వడం అనుచితం కాదనుకుంటాను.

నాలుగు ఖాళీజాగాలుంటే 4 ముక్కలను 7 ఎత్తులలో పేర్చవచ్చు. మూడు ఖాళీజాగాలుంటే 4 ముక్కలను పేర్చడానికి 9 ఎత్తులు అవసరం అవుతాయి. రెండు ఖాళీ జాగాలు మాత్రమే ఉంటే 2 కన్న ఎక్కువ ముక్కలను పేర్చడం సాధ్యం కాదు.

తొలి ప్రయత్నంలో దీనిని సాధించడానికి 200 ఎత్తులదాకా వేయవలసి రావచ్చు. అలవాటు అయిన కొద్దీ ఎత్తుల స్వభావం అర్ధమై ఇంతకన్న చాలా తక్కువ ఎత్తులలోనే పూర్తి చేయవచ్చు.

106. దామ్మ

ఒక పల్లెటూళ్లో రెండు పక్షాలవాళ్లు కర్రలు పుచ్చుకుని కొట్టుకున్నారు. గాయాలు తగిలిన వ్యక్తులను డాక్టరు దగ్గరకు మోసుకువచ్చారు. అదృష్టవశాత్తు వారందరికి చేతులమీదనే దెబ్బలు తగిలేయి. విరిగిన ఎముకలు సరిచేయడంతో ఆ రోజంతా డాక్టరుకి ఊపిరిసలపలేదు. ఆ డాక్టరు నాకు చిన్ననాటి స్నేహితుడు. ఆ రోజున తాను పడ్డకష్టాన్ని నాతో ఇలా చెప్పకున్నాడు.

'నలుగురికి ఎడమచేతులు విరిగేయి. ఐదుగురికి కుడిచేతులు విరిగేయి. ఇద్దరికి కుడిచేతులు విరగలేదు. ముగ్గురికి ఎడమచేతులు విరగలేదు. మొత్తం మీద వాళ్లతో నా హాస్పిటలు మంచాలన్నీ నిండిపోయాయి'.

' అంటే మొత్తం 14 మంది అన్నమాట. నీ హాస్పిటలులో ఇదివరకు ఇన్ని బెడ్స్ లేవుగా, ఈ మధ్యని పెంచావా? 'అన్నాను.

' అబ్బే! మంచాలు ఏమీ పెరగలేదు. వెనుకటి అన్నే ఉన్నాయి ' అన్నాడు డాక్టరు.

ఇంతకీ ఆ హాస్పిటలులో కనీసం ఎన్ని మంచాలు ఉన్నాయో చెప్పగలరా?

107. గుర్రపు పందెం

అబద్ధం ఆడని, ఆడపిల్లలకు పేర్లు పెట్టని, తెలుగుమేష్టారిని ఏడిపించని ఒక మంచి విద్యార్థికి పరీక్షఫీజు కట్టడానికి 13 రూపాయలు తక్కువ అయాయి. అప్పు పుట్టలేదు. రేపే ఆఖరిరోజు. ఏం చేయాలా అని ఆలోచించగా ఆ రోజు గుర్రపు పందేలు ఉంటాయి అని గుర్తుకువచ్చి, హుటాహుటిని అక్కడికి వెళ్లేడు. మూడు గుర్రాలు పరుగెత్తుతాయి ఇంక కొద్ది సేపట్లో. వాటిలో మొదటి గుర్రం

నెగ్గితే కాచిన సొమ్ముకి 5 రెట్లు, రెండవ గుర్రం నెగ్గితే 4 రెట్లు, మూడవ గుర్రం నెగ్గితే 3 రెట్లు ఇస్తారు. అతడికి సరిగ్గా 13 రూ. వస్తే చాలు. ఎక్కువ అక్కరలేదు, తక్కువ ఉపయోగం లేదు. తన దగ్గర పరీక్షఫీజు కోసమని దాచిన సొమ్మునంతా ఆ మూడు గుర్రాల మీదా ఏకసమయంలో కాయాలనీ, ఆ మూడిటిలో ఏది నెగ్గినా తనకు 13 రూ. లాభం రావాలనీ కోరుకున్నాడు. ఒక ఉదాహరణ ఇస్తే సరిగ్గా అర్థం అవుతుంది అనుకుంటాను. ఒక్కొక్క గుర్రం మీద ఐదేసి రూపాయల చొప్పున కాచేడనుకుందాం. మొదటి గుర్రం నెగ్గితే 5x5 = 25 రూపాయలు వస్తాయి. తాను కాచిన 15 రూ. తీసేస్తే లాభం 25 - 15 = 10 రూ. రెండో గుర్రం నెగ్గితే 5 x 4 = 20 రూ. వస్తాయి కనుక లాభం = 20-15 = 5 రూ. మూడో గుర్రం నెగ్గితే 5 x 3 = 15 రూ. వస్తాయి, కనుక లాభం = 15 - 15 = సున్న.

కాని ఈ విద్యార్థికి కావలసినది ఇలాగ కాదు. ఏ గుర్రం నెగ్గినా అతడికి 13 రూ. లాభం రావాలిట.

ఇంతకీ అతడి పరీక్షఫీజు ఎంత ?

108. కారులపందెం

ఒక గుండ్రని మైదానం చుట్టూ ఉన్న రోడ్డుమీద కారుల పందెం నడుస్తోంది. వాటిలో తెల్లటికారు ఒకటి ఉంది. ఆ తెల్లని కారుకి ఎదర ఉన్న కార్లలో మూడోవంతుకి, వెనుకఉన్న కార్లలో ముప్పాతిక వంతు కలిపితే ఆ పందెంలో పాల్గొన్న కార్ల మొత్తం వస్తుంది. ఇంతకీ ఆ పందెంలో ఎన్ని కార్లు పాల్గొన్నాయో మీకు తెలిసిందా?

109. ఏదిముందు ?

మద్రాసు నుంచి రంగూనుకి ఏక సమయంలో రెండు ఓడలు బయలుదేరేయి. ఈ రెండూ కూడా రంగూనులో 5 రోజులు ఆగి, మళ్లీ మద్రాసు చేరుకుంటాయి. మొదటి ఓడ వెళ్లేటప్పుడు గంటకి 30 మైళ్లవేగంతోనూ, తిరిగి వచ్చేటప్పుడు 40 మైళ్లవేగంతోనూ ప్రయాణం చేస్తుంది. రెండవ ఓడ రానూపోనూ 35 మైళ్ల వేగంతో ప్రయాణం చేస్తుంది.

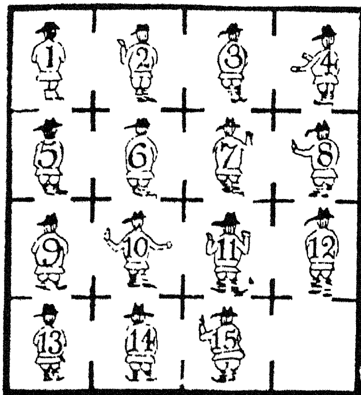
ఏ ఓడ ముందుగా మద్రాసు రేవుకి తిరిగి వస్తుందో చెప్పగలరా ?

110. ఖైదీల సరదాలు

స్వల్పనేరాలు చేసిన ఖైదీలకోసం జైలులో కేటాయించిన 16 గదులు ఈ బొమ్మలో చూపినట్లుగా ఉన్నాయి. ఒక గదిలోంచి మరో గదిలోకి వెళ్లడానికి దారులు ఉన్నాయి. క్రింది వరుసలో కుడివైపు చివరిగది తప్ప మిగిలిన 15 గదులలోనూ గదికి ఒక్కొక్క ఖైదీ చొప్పున ఉన్నారు.

ఈ ఖైదీలు కాలక్షేపం కోసం ఒక ఆట ఆడదామనుకున్నారు. ఖాళీగా ఉన్న పక్కగదిలోకి మారుతూ, ఆఖరికి 1 నుంచి 15 వరకూ నంబర్లుగల తొమ్ము- చదరంగంలో గుర్రపుఎత్తులు పడేటాటి అనువుగా- వరుసగా అమరాలనుకున్నారు.

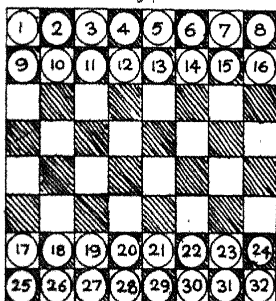
అంటే 1 వ ఖైదీ ఉన్న గదిలోనుంచి 2 వ ఖైదీ ఉన్న గదిలోకి వెళ్లాలంటే గుర్రపు ఎత్తుతోనే సాధ్యంకావాలి. అలాగే 2 వ ఖైదీ ఉన్న గదిలోంచి 3 వ ఖైదీ ఉన్న గదిలోకి, 3 నుంచి 4 కీ, 4 నుంచి 5 కీ .... 14 నుంచి 15 కి గుర్రపు ఎత్తులతో వెళ్లగలగాలి. ఆఖరున క్రింది వరుసలోని కుడివైపు చివరి గది ఖాళీగా ఉండిపోవాలి. ఒకే గదిలో ఏకకాలంలో ఒకరికన్న ఎక్కువమంది నిలబడకూడదు.



ఈ ఆట ఆడడానికి ఖైదీలు అందరూ ఒప్పుకున్నారు. ఇద్దరు తప్ప. వాళ్లిద్దరూ తాము ఉంటున్న గదులలోంచి ససేమిరా కదలం అన్నారు. తమకు తలనొప్పిగా ఉంది పడుకుంటామన్నారు. 'సరే, వాళ్లిద్దరూ ఆడకపోతే మించిపోయిందా, మిగిలిన పదముగ్గురితోనే ఆడవచ్చులే' అనుకుని ఆట మొదలుపెట్టి ఆఖరికి సాధించగలిగేరు. ఈ పని మీరు చేయగలరా ? ఆటలో పాల్గొని ఇద్దరు ఖైదీలూ ఎవరో మీరే గుర్తించగలగాలి. ఆటలో పాల్గొకపోయినా సరే వీరు ఇద్దరితో సహా 1 నుంచి 15 వరకూ నంబర్లు గల ఖైదీలు అందరి మీద నుంచీ గుర్రపుఎత్తులు వేయడానికి అనువుగా ఏర్పడాలి.

ఖైదీలకు బదులు అంకెలు వేసిన అట్టముక్కలు ఉపయోగించి ప్రయత్నించండి.

111. ముప్పై రెండు బంట్లు



చదరంగపుబల్లమీద మామూలుగా బలగాన్ని అమర్చు. ఈ బొమ్మలో సుబోధకంగా ఉండడానికి 1 నుంచి 32 వరకూ అంకెలుగల అట్టముక్కలు ఉపయోగించాను. ఈ ఆటలో అన్ని. జంతువులూ సమానశక్తి, గమనము · గలవే.

ప్రతి జంతువూ తన పక్క నున్న మరో జంతువు మీదుగా ఎగిరి ఖాళీగా ఉన్న అవతలిగదిలో నిలుస్తుంది. ఏ జంతువు మీదుగా ఎగిరిందో దానిని ఆటలోంచి తీసెయ్యాలి. పైకీ, కిందికీ, పక్కలకు ఎగురవచ్చునేగాని, ఏటవాలుగా మాత్రం ఎగురకూడదు. ప్రతి ఎత్తూ ఒక గంతు అయివుండాలి. ఏదో ఒక జంతువు మీదుగా గంతు వెయ్యకుండా పక్కగదిలోకి జరగడానికి వీలులేదు ('గుండెలు తీసిన బంటు' అనే 100 గమత్తులోని నియమాలు అన్నీ ఇక్కడ కూడా వర్తిస్తాయి).

ఈ విధంగా రెండు జంతువులు తప్ప తక్కిన 30 జంతువులను ఆటలో నుంచి తీసెయ్యగలగాలి. ఆ మిగిలిన రెండు జంతువులూకూడా నల్లనివైనా అయి వుండాలి, లేదా తెల్లనివైనా అయివుండాలి. (అట్ట ముక్కలతో ఆడినప్పుడు ఆ మిగిలిన రెండుముక్కలూ 1 నుంచి 16 వరకూ ఉన్నవి అయినా కావాలి, లేదా 17 నుంచి 32 వరకు ఉన్నవి అయినా కావాలి).

ఈ ఆట ఆడిచూడండి.

ఉదాహరణకు కొన్ని ఎత్తులు వేసి చూపిస్తాను.

3 వ ముక్కను 11 వ ముక్కమీదుగా దాటించవచ్చు. 11 వ ముక్కను ఆటలోంచి తీసెయ్యాలి. ఈ ఎత్తును హ్రస్వరూపంలో 3-11 అని వ్రాయవచ్చు. తర్వాత 4-12 3-4 , 13-3 ....

112. తీర్థంలో జూదం

పల్లెటూరి తీర్థాలలో జూదాలు, గుండాటలు నడుస్తూ ఉంటాయి. నేను చూసిన ఒక జూదం గురించి చెబుతాను.

పులి	సింహం	ఏనుగు	ఎలుగుబంటి	ఖడ్గమృగం
గద్ద	కాకి	నెమలి	హంస	గుడ్లగూబ
మామిడి	అనాస	బొబ్బాసి	పనస	నారింజ

ఒక పెద్ద అట్ట మీద ఈ 15 బొమ్మలు రంగులతో చక్కగా గీసి ఉన్నాయి. నీకు తోచిన ఏదో బొమ్మ మీద అర్ధరూపాయి పెట్టాలి.

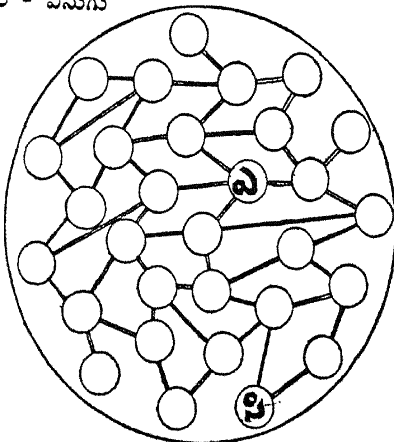
ఆటగాడు 15 పేకముక్కల దొంతరను పెట్టెలోంచి బయటికి తీస్తాడు. ఆ ముక్కలమీద ఒక వైపున పై అట్టమీది బొమ్మలే ఒక్కొక్కటి చొప్పున ఉంటాయి. రెండోవైపున మామూలు పేకముక్కలలాగే అనమాలు తెలియని ఒక డిజైను కలిగి ఉంటాయి. ఆ ముక్కలలో మోసం ఏమీలేదు. కావాలంటే నీకు చూపించ గలడు.

ఆ 15 ముక్కలనూ బాగా కలిపి, నీకు తోచిన ముక్కను నీ చేతితోటే బయటికి తీయమంటాడు. నీవు తీసిన పేకముక్క మీది బొమ్మ– నీవు కాచిన బొమ్మ ఒక్కటే అయితే నువ్వు కాచిన అర్ధరూపాయకు 5 రూపాయలు ఇస్తాడు! ముక్క కలియకపోతే నీవు కాచిన అర్ధరూపాయి ఆటగాడు తీసుకుంటాడు.

ఆ రోజున 1500 సార్లు ఆ జూదం నడిచింది అయితే ఆ ఆటగాడికి ఎంత లాభం వచ్చి ఉంటుందో ఊహించగలవా?

ఈ 1500 ఆటలలోనూ ఆటగాడు ఎన్ని ఆటలు నెగ్గేడో చెప్తే అతడికి ఎంత లాభం వచ్చిందో చెప్తామంటారా? అది కూడా మీరే తెల్సుకోవాలి.

113. సింహం - ఏనుగు



యుద్ధ తంత్రానికి సంబంధించిన ఆట (లేక సమస్య) ఇది. ఈ బొమ్మని పెద్ద కాగితం మీద గీసి, 'సి' అనే సున్నలో ఒక చింతగింజను, 'ఏ' అనే సున్నలో ఒక గవ్వను ఉంచి, ఇద్దరు ఆడాలి. 'సి' అంటే సింహం. 'ఏ' అంటే ఏనుగు. ఇది యుద్ధరంగం. ఇందులోని సున్నలు స్థావరాలు. సింహం ముందర ఎత్తు వేస్తుంది, అంటే 'సి' అనే సున్నలో నుంచి ఏదో ఒక గీత మీదుగా వెళ్లి తరువాత స్థావరాన్ని చేరుకుంటుంది. తరువాత ఏనుగు ఎత్తు వేస్తుంది. తరవాత సింహం, తరవాత ఏనుగు. ఈ విధంగా ఒకటి తరవాత మరొకటి ఎత్తులు వేస్తాయి.

సింహానికి పక్కనే ఉన్న గదిలోకి ఏనుగు ప్రవేశిస్తే సింహం తరవాత ఎత్తులో ఏనుగును చంపుతుంది. అలాగే ఏనుగు పక్కకే ఉన్న గదిలోకి సింహం వస్తే తరవాత ఎత్తులో ఏనుగు సింహాన్ని చంపుతుంది. కనుక ఈ పరిస్థితి రాకుండా ప్రతీ జంతువూ కాచుకోవాలి. ఇరుపక్షాలు ఈ ప్రమాదాన్ని తప్పించుకుంటూ శత్రువును ఓడించడానికి ప్రయత్నించాలి.

జాగ్రత్తగా ఆడితే సింహం తప్పకుండా ఏనుగును ఓడించగలదు. అది ఎలా సాధ్యమో తెలుసుకోగలరా?

114. నడిమికి చీలిన వర్గసంఖ్య

నాలుగు అంకెల వర్గసంఖ్య ఒకటి ఉంది. దానిని నడిమికి చీల్చితే రెండు వేరువేరు వర్గసంఖ్యలు ఏర్పడతాయి. ఆ సంఖ్య ఏది?

115. ఘనాపాఠీ.

ఒక ఘనసంఖ్యలోని అంకెల మొత్తము యొక్క ఘనము ఆ సంఖ్యకి సమానం అవుతుంది. ఆ సంఖ్య ఏది?

116. రెండు తలల పాములు

ఎడమనుంచి కుడికి చదివినా, కుడినుంచి ఎడమకి చదివినా అర్థం చెడిపోని ఈ సమీకరణాన్ని చూడండి.

112 x 113 = 12656
65621 = 311 x 211

ఇటువంటి చిత్రమైన ద్విముఖ సమీకరణాలు మరికొన్ని వ్రాయగలరా?

117. తొమ్మిది అంకెలతో

1 నుంచి 9 వరకూగల తొమ్మిది అంకెలనూ ఒక్కొక్కసారి మాత్రమే లవహారములలో ఉపయోగించి, ఆ భిన్నం 2 కి సమానం అయేటట్లు వ్రాశాను చూడండి.

$$\frac{13458}{6729} = 2$$

ఇదే విధంగా భిన్నములు 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 లకు సమానమయేటట్లు వ్రాయగలరా?

118. వర్గమూలానికి అడ్డదారి

హైస్కూలులో వర్గమూలం కనుక్కునే పద్ధతి మనమంతా నేర్చుకున్నాం. అది ఎంత గందరగోళంగా ఉంటుందో మనకందరికీ తెలిసినదే. ఎప్పుడో చదువుకొన్న ఆ పద్ధతి చాలామంది మరిచిపోయి ఉంటారని కూడా నాకు తెలుసు.

వర్గమూలం కనుక్కునే సరికొత్తపద్ధతి ఒకటి ఇక్కడ చూపిస్తాను. దీనిని చూసి "ఇంత సులభమా?"అని ఆశ్చర్యపోతారు.

$$\sqrt{81} = 8 + 1 = 9$$

ఇచ్చిన సంఖ్యని రెండుముక్కలుగా చీల్చి, ఆ రెండు భాగాలను కూడితే అసలు సంఖ్య తాలూకు వర్గమూలం వచ్చేసింది! అల్లాగే

$$\sqrt{2025} = 20 + 25 = 45$$

$$\sqrt{3025} = 30 + 25 = 55$$

$$\sqrt{9801} = 98 + 01 = 99$$

$$\sqrt{88,209} = 88 + 209 = 297$$

$$\sqrt{494,209} = 494 + 209 = 703$$
$$\sqrt{998,001} = 998 + 001 = 999$$

వర్గమూలం కనుక్కోడానికి ఇంతసులభమైన పద్ధతి ఉండగా హైస్కూలులో అంత క్లిష్టమైన పద్ధతి మాత్రమే ఎందుకు బోధిస్తారు?

119. ముత్తాతగారి వయస్సు

మా ఊళ్లో ఒక పండుముసలాయన ఉన్నారు. ఆయనకి బోలెడంతమంది కొడుకులు. వారిలో ప్రతిఒక్కడికి తన సోదరులసంఖ్యతో సమానంగా పిల్లలు. ఆ పిల్లలలో మూడవవంతు మందికి ఒక్కొక్క నలుసు పుట్టింది. ఆ ముసలాయనకి కొడుకులు, మనుమరాలు, మునిమనుమలు కలిపితే ఎంతమందో అంత వయస్సు ఉంటుంది.

ఇంతకీ ఆయన వయస్సు ఎంత?

120. ఇంటి నంబరు

ఒక ఇంటి నంబరు మూడుస్థానాల బేసిసంఖ్య. పైగా అది వర్గసంఖ్య కూడానూ. ఆ సంఖ్యను తలక్రిందులుగా చూస్తే మళ్లీ అదే అంకెలు వస్తాయి కాని, అది ఒక "అవిభాజ్యసంఖ్య " (PRIME NUMBER) అవుతుంది.

ఆ ఇంటి నంబరు ఎంత?

121. అన్ని అంకెలూ ఉన్నాయి

12 x 483 = 5796

42 x 138 = 5796

ఈ రెండు గుణకారాలలోను 1 నుంచి 9 వరకూ గల అన్ని అంకెలనూ ఒక్కొక్కసారి మాత్రమే ఉపయోగించి లబ్ధములు సమానం అయేటట్లు చేశాం.

ఇటువంటి లక్షణమే కలిగిన మరొక జంట గుణకారాలు తయారు చేయగలరా?

122. వరుస సంఖ్యల మొత్తం వెయ్యి

$$198 + 199 + 200 + 201 + 202 = 1000$$

ఈ ఉదాహరణలో కొన్ని వరుస సంఖ్యల మొత్తం వెయ్యికి సమానం కావడం చూపించాను.

ఇదే విధంగా మొత్తం వెయ్యికి సమానం అయ్యే వరుస సంఖ్యలు ఇంకా ఉన్నాయా?

123. తలక్రిందులువర్గసంఖ్య

ఒక నాలుగు అంకెల వర్గసంఖ్యని కుడి నుంచి ఎడమకు చదివితే మరో వర్గ సంఖ్య వస్తుంది. ఆ సంఖ్య ఏది?

124. సరిఅంకెల వర్గసంఖ్యలు

అన్నీ సరిఅంకెలతోనే ఏర్పడిన నాలుగు అంకెల వర్గసంఖ్యలు వ్రాయగలరా?

125. ఎటుచదివినా వర్గసంఖ్యలే

$12^2 = 144$
$21^2 = 441$

12 ని తిరగేస్తే 21 వస్తుంది. 144 ని తిరగేస్తే 441 వస్తుంది. అంటే తిరగేసినా వర్గలక్షణం చెడిపోని సంఖ్య ఇది.

ఇటువంటి లక్షణం గల రెండు అంకెల సంఖ్యలుగాని, మూడు అంకెల సంఖ్యలు గానీ గుర్తుపట్టగలరా?

126. పొట్టలో దూరిన వర్గసంఖ్యలు

49 అనేది ఒక వర్గసంఖ్య. దీని వర్గమూలం 7.

$49 = 7^2$

ఈ 49 పొట్టలో 4 కీ 9 కీ మధ్యన 48 ని దూర్చితే మరో వర్గసంఖ్య అవుతుంది!

$4489 = 67^2$

ఇంతేకాదు. ఈ సంఖ్యకి మధ్యలో మరో 48 చేరిస్తే అది కూడా వర్గసంఖ్యే అవుతుంది!

$444889 = 667^2$

ఇంతేకాదు, ఈవిధంగా మధ్యలో 48 ని ఎన్ని సార్లు దూర్చినా వర్గసంఖ్యలే అవుతూ ఉంటాయి!

$44448889 = 6667^2$
$4444488889 = 66667^2$

....

....

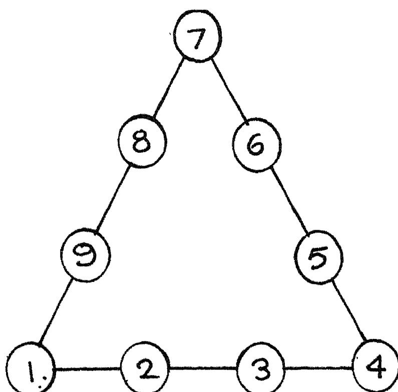
ఇటువంటి విచిత్ర లక్షణం కలిగిన సంఖ్య మరొకటి ఉంది. దానిని మీరు కనుక్కోగలర్గా?

127. వర్గసంఖ్యల పాణిగ్రహణం

రెండు అంకెల వర్గసంఖ్యలు రెండింటిని పక్కపక్కన చేరిస్తే మరో వర్గసంఖ్య ఏర్పడుతుంది. ఆ సంఖ్యలు ఏవో చెప్పగలరా?

128. వర్గసంఖ్యల త్రిభుజం

భుజానికి నాలుగు సున్నల చొప్పున త్రిభుజం ఇక్కడి బొమ్మలో చూపించాను. వాడిన అంకె మళ్లీ వాడకుండా ఈ తొమ్మిది సున్నలలోనూ 1 నుంచి 9 వరకూ అంకెలు వెయ్యాలి; ప్రతి భుజములోని అంకెల వర్గముల మొత్తము సమానంగా ఉండాలి.



ఉదాహరణకి ప్రస్తుతం ఈ బొమ్మలో చూపిన మూడు భుజములలోని అంకెల వర్గముల మొత్తములు ఇలా ఉన్నాయి.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$$
$$4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = 126$$
$$7^2 + 8^2 + 9^2 + 1^2 = 195$$

ఈ మొత్తములు మూడు భుజముల మీదా సమానంగా లేవు; అవి సమానంగా ఉండేటట్లు ఈ తొమ్మిది అంకెలనూ సరిపెట్టటం ఎల్లాగ?

129. కలహంస సమూహం

బాలే! మరాళకుల మూల దలాని సప్త
తీరే విలాసభర మంథరగాణ్యపశ్యమ్
కుర్వచ్చకేళి కలహం కలహంస యుగ్మం
శేషం జలే వద మరాళకుల ప్రమాణమ్.

లీలావతి గణితంలో భాస్కరాచార్యుడు తన కూతురు లీలావతికి ఇచ్చిన సమస్య ఇది. దాని అర్ధం ఇదీ:

బాలా! ఒక హంసల సమూహం కలదు. ఆ సమూహ సంఖ్య యొక్క వర్గమూలమును అర్ధించి, 7 చే గుణింపనెంత యగునో అన్ని హంసలు అతి విలాసముగా ఒక సరోవర తీరమున సంచరించుచున్నవి. తక్కిన రెండు హంసలు క్రీడా కలహము చేయుచున్నవి. ఆ హంసలు మొత్తము ఎన్ని యుండును?

130. ముప్పై ఒకటవ ఘాతం

ఒకడు ఒక రెండు అంకెల సంఖ్యను 31వ ఘాతం వరకూ హెచ్చించాడు కొన్నిరోజులు శ్రమపడి. (అంటే ఆ సంఖ్యను అదే పెట్టి 31 సార్లు గుణించాడు). 35 స్థానాలు కలిగిన సంఖ్య వచ్చింది. "ఈ 35 స్థానాలనూ చెప్తాను. అసలు సంఖ్యను లెక్కవెయ్యగలరా?" అని అడిగాడు ఒక గణితశాస్త్రజ్ఞుడిని.

"అవసరంలేదు. ఆ రెండు అంకెల సంఖ్య 13" అని ఆ శాస్త్రజ్ఞుడు బదులు చెప్పేడు కొంచెంసేపు ఆలోచించి!

చచ్చిచెడి గుణించి పెట్టుకున్న అంకెలలో ఒక్కటైనా చెప్పకుండానే ఈ సంగతి ఎలా తెలిసిపోయిందా అని ఆశ్చర్యపోయాడు ఆ వ్యక్తి.

ఇంతకీ ఆ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడికి ఆ జవాబు ఎలా తెలిసింది?

131. వర్తకుడి విల్లు

ఒక వర్తకుడికి పెద్దజబ్బు చేసింది. తానింక ఎంతో కాలం బతకనని తోచి, ఇనప్పెట్టెలో ఉన్న డబ్బునంతా తన కొడుకులకు ఈ క్రింది విధంగా చెందేటట్లు విల్లు వ్రాశాడు.

"పెద్దకొడుకుకి 1000 రూపాయలు + మిగిలిన డబ్బులో మూడవవంతు. రెండవకొడుకుకి 2000 రూపాయలు + మిగిలిన డబ్బులో మూడవవవంతు..... ఈ విధంగా ఆఖరికొడుకువరకూ పంచుకుంటూ పోవాలి.

ఆఖరివాడికి సొమ్ముఇచ్చాక ఇంక ఏమీ మిగలదు."

అతడికి ఎందరు కొడుకులున్నారో మనకు తెలియదు. ఇద్దరికన్న ఎక్కువ మందేనని మాత్రం తెలుస్తోంది.

విల్లువ్రాశాక అందరూ ఆశించినట్లుగా ఆ వర్తకుడు టపా కట్టెయ్యలేదు. జబ్బుతగ్గి, మరికొన్ని ఏళ్లు బ్రతికి, మరింతధనం ఆర్జించి, మరో ఇద్దరు కొడుకులను కన్నాడు.

అప్పుడు పై విధంగానే మళ్లీ విల్లు తయారుచేశాడు మార్పు ఏమీ లేకుండా. అతడి ఇనప్పెట్టెలోని సొమ్ము పూర్తిరూపాయలలోనే ఉన్నదనీ, చిల్లరపైసలు లేవనీ అనుకుంటే అతడి పెట్టెలోని సొమ్ముఎంత? అతడికి కొడుకులెందరు?

132. రెడీమేడ్ దుస్తులు

ఒకానొక రెడీమేడ్ బట్టలవర్తకుడు 1800 రూపాయలకు పిల్లల గౌనులు కొని, హఠాత్తుగా చనిపోయాడు. అంత్యక్రియలు అయాక అతని కొడుకులు షాపుతెరిచి చూడగా కొత్తగా కొన్న గౌనులు వంద కనిపించాయి. కాని రసీదులు కనబడలేదు. తమ తండ్రి అసలు ఎన్ని గౌనులు కొన్నాడో వాళ్లకు తెలియదు కాని, నూరుకన్న అధికంగానే కొన్నాడని వాళ్లకు తెలుసు. కనుక కొన్ని గౌనులను ఎవరో ఎత్తుకుపోయి ఉంటారన్న గట్టి అనుమానం ఉంది. గౌనులు కొనుగోలుకి 1800 రూ. ఖర్చు పెట్టేడని మాత్రం తెలుసు. ఒకరోజు ముందర కనుక కొనిఉంటే ఇదే డబ్బుకి మరో 30 గౌనులు అధికంగా వచ్చిఉండునని అప్పుడు ఒక్కొక్క గౌను ఖరీదు మూడేసి రూపాయలు తక్కువపడి ఉండేదనీ తమ తండ్రి చనిపోకముందు యాదృచ్ఛికంగా ఒకసారి అన్నట్లు వాళ్లకి జ్ఞాపకం ఉంది. యధాలాపంగా అన్న ఈ మాటను ఉపయోగించి ఎన్ని గౌనులు దొంగతనంగా ఎత్తుకుపోయి ఉంటారో వాళ్లు లెక్క కట్టగలిగారు.

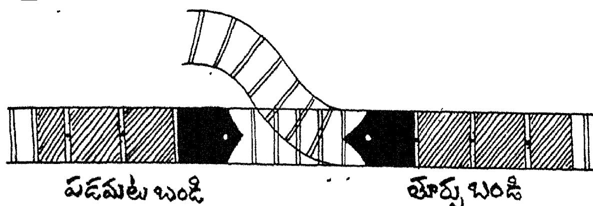
ఆ పని మీరు చేయగలరా?

133. అడంగు చేరిన సమయం

ఉదయం 8.30కి రాజమండ్రిలో పాసింజరు బండి విజయవాడకు బయలుదేరింది. ఉదయం 9.15కి ఒక మెయిలు బండి విజయవాడనుండి రాజమండ్రివైపు బయలుదేరింది. అవి రెండూ 10.35 గంటలకి ఒక చోట కలుసుకుని, తమతమ గమ్యస్థానాలను ఏక సమయంలో చేరుకున్నాయి. ఆ రెండు రైళ్లూ మొత్తం ప్రయాణం అంతలోనూ స్థిర వేగాలతో ప్రయాణం చేస్తున్నాయనీ, మధ్యలో ఎక్కడా ఆగిపోలేదనీ అనుకుంటే, అవి గమ్యస్థానాలను ఏ సమయానికి చేరుకుని ఉంటాయి?

134. రైలుపట్టాల మార్పు

మూడు పెట్టెలు తగిలించుకుని ఒకరైలు ఇంజను (పడమటి బండి) పడమటి నుంచి తూర్పుగా వెడుతోంది. నాలుగు పెట్టెలు తగిలించుకుని మరొక రైలు ఇంజను (తూర్పు బండి) తూర్పునుంచి పడమరగా వెడుతోంది. ఈ రెండు రైళ్లూ ముఖాముఖీ ఎదురుపడ్డ చోట ఒక చిన్న 'సైడులైన్' ఉంది. ఈ సైడులైను మీద ఒక ఇంజనుగానీ, ఒక పెట్టెగానీ మాత్రమే పట్టగలవు. పైగా ఈ సైడులైనుమీదికి తూర్పునుంచి మాత్రమే ప్రవేశం ఉంది బొమ్మలో చూపినట్లు.



ఈ సైడులైను ఉపయోగించుకుని ఈ రెండు రైళ్లూ, సాధ్యమైనన్ని తక్కువ మార్పులతో తమ తమ దిశలలో ఎదరకు సాగిపోవడం ఎలా సాధ్యం?

135. పరీక్ష ఫెయిల్ అవడం

ఒక కాలేజిలో ఆ సంవత్సరం చాలామంది ఇంగ్లీషు, ఫ్రెంచి, జర్మన్ భాషలలో (ఒకదానిలోగానీ, ఒకటికన్న ఎక్కువ భాషలలో గానీ) ఫెయిల్ అయ్యారు. పరీక్షాఫలితాలను పునర్విమర్శించుకుంటున్న ఉపాధ్యాయులలో ఒకడు ఇలా అన్నాడు. "ఫెయిల్ అయిన విద్యార్థులలో 2/3 వ వంతు ఇంగ్లీషులోనూ, 3/4 వ వంతు ఫ్రెంచిలోనూ, 4/5 వ వంతు జర్మన్‌లోనూ ఫెయిల్ అయారు".

అక్కడే ఉన్న ఒక లెక్కలు మాస్టారు ఆ లిస్టు చూచి ఇలా అన్నారు" ఫెయిల్ అయినవారిలో 26 మంది మాత్రమే మొత్తం మూడుభాషలలోనూ ఫెయిల్ అయారు. పైగా ఇంతకన్న తక్కువ సంఖ్య సాధ్యమేకాదు"

ఇంతకీ ఫెయిల్ అయిన పిల్లలు ఎందరు?

136. భాగహారంలో తప్పు

ఒక చిన్న క్లాసు విద్యార్థి భాగహారం కష్టపడి చేశాడు. విభక్తం 57, శేషం 52 వచ్చాయి. తాను లెక్కసరిగ్గా చేశానో లేదో సరిచూచుకోడానికి విభాజకాన్ని విభక్తం పెట్టిగుణించి, శేషం కలిపాడు. 17380 వచ్చింది కాని విభాజ్యమూ, ఇదీ ఒకటి కాదు. ఇంతకీ ఆ విద్యార్థి చేసిన తప్పు ఏమిటంటే - విభాజకంలో కుడినుంచి రెండవ అంకె అయిన 6 ను పొరబాటున సున్న అనుకుని గుణకారం చేశాడు.

ఇంతకీ అసలు భాగహారంలో ఇచ్చిన అంకెలు ఏవి?

137. బల్లమీద పేకముక్కలు

చీట్ల పేక ఆడడానికి వస్తానన్న స్నేహితుని కోసం ఎదురు చూస్తూ కూర్చున్న ఒకడు కాలక్షేపం కోసం బల్లమీద పేకముక్కలను పరవడం మొదలుపెట్టేడు. పేకముక్కల సైజు 2 అంగుళాలు $\times 2\frac{1}{2}$ అంగుళాలు. బల్లవెడల్పుకన్న పొడవు 2 అంగుళాలు అధికం. పేకముక్కలు ఒకదానికొకటి తగిలీ తగలనంత దగ్గరగా అమర్చుకుంటూ వెళ్లగా బల్లమీద 4 చదరపుటంగుళాలు స్థలం ఖాళీగా మిగిలిపోయింది: కొన్ని పేకముక్కలు కూడా మిగిలిపోయాయి. ఆ మిగిలిన ముక్కలలో సగం కళావరు ముక్కలూ, సగం అరకు ముక్కలూనూ.

ఇంతకీ ఎన్ని కళావరుముక్కలు మిగిలాయో మీకేమైనా తెలుసా? అంతేకాదు, ఆ బల్లపొడవు వెడల్పులు ఏమిటి?

138. ఎల్లావిడదీయాలి?

10 అనే సంఖ్యను రెండు సంఖ్యల మొత్తముగా విడదీయాలి. ఆ రెండిటి లబ్ధము 40 కి సమానం కావాలి అంటే ఎలా విడదీయాలి?

139. రైలు టిక్కట్టు

ఒకసారి విజయవాడ నుంచి రాజమండ్రీకి పాసింజరులో ప్రయాణం చేస్తున్నాను. లంఖణాలబోటు లాంటి ఆ రైలుబండిలో ఏమీతోచక నా రైలుటిక్కట్టు నంబరుకేసి చూద్దునుకదా అది చాలా చిత్రమైన సంఖ్యలా కనిపించింది.

అది ఒక 5 స్థానాలసంఖ్య. అందులోని ఐదు అంకెలూ వేరువేరువే. మొదటి రెండు అంకెలూ చూస్తే ఒక వర్గసంఖ్య. చివరిరెండు అంకెలూ మరో వర్గసంఖ్య. మధ్యలో ఉన్న అంకె కూడా వర్గసంఖ్యే. ఆ ఐదు అంకెలూ కలిపి చూస్తే అది కూడా వర్గసంఖ్యే. దాని వర్గమూలాన్ని ఎడమనుంచి కుడికి చదివినా, కుడినుంచి ఎడమకి చదివినా ఒకటే. పైగా అది ఒక అవిభాజ్యసంఖ్య. ఇన్నివిచిత్రాలు కలబోసి ఉన్న అటువంటి సంఖ్యగల టిక్కట్టు మీద ప్రయాణం చేయగలగడం నా అదృష్టంగా భావించాను.

ఇంతకీ ఆ టిక్కట్టునంబరు ఏమిటైఉంటుందో ఊహించగలరా?

140. వర్ణవిపర్యయం

కొన్నిమాటలలోని అక్షరాల స్థానాలను మార్చితే కొత్తఅర్థాలు గల పదములు ఏర్పడడం గమనిస్తాము.

ఉదాహరణకి

వదనము = ముఖము
వనదము = మేఘము
దవనము = సువాసనగల ఒక మొక్క
నవదము = కొత్తదనం ఇచ్చేది

ఇటువంటి వింతలు అంకెలలో కూడా కనిపిస్తాయి. ఉదాహరణకి: 169 అనేది ఒక వర్గసంఖ్య. ఇది 13 యొక్క వర్గము. ఇందులోని అంకెల స్థానాలను మార్చి మరో రెండు వర్గసంఖ్యలు తయారు చేయవచ్చు.

$$169 = 13^2$$
$$196 = 14^2$$
$$961 = 31^2$$

ఇటువంటి చమత్కృతి ప్రదర్శించే వర్గసంఖ్యలు మరి కొన్ని కనుక్కోగలరా?

141. సంఖ్యలలో స్వయంభువు

25 అనే సంఖ్యకి ఒక ప్రత్యేకమైన ధర్మం ఉంది. 25 చివర గల సంఖ్యలను వర్గిస్తే మళ్లీ ఈసంఖ్యే చివర ప్రత్యక్షమవుతుంది. ఒక్కవర్గించడమే కాదు, ఘనం చేసినా, లేక ఏ ఘాతానికి హెచ్చించినా ఇదే ధర్మం కనిపిస్తుంది!

$$25^2 = 625$$
$$325^2 = 105,625$$
$$25^3 = 15,625$$
$$25^4 = 390,625$$

....

ఇటువంటి లక్షణాన్ని ప్రదర్శించే మరో రెండు అంకెల సంఖ్య ఉందేమోకనుక్కోగలరా?

142. బస్సు నంబరు

ఒక లెక్కలమాష్టారు తాను ఆరోజున ఎక్కి వచ్చిన బస్సు నంబరును గురించి క్లాసులో పిల్లలతో ఇలా చెప్పేరు." ఆ బస్సు నంబరు ఒక వర్గసంఖ్య. ఆ నంబరుప్లేటును తలక్రిందులు చేసిచూసినా వర్గసంఖ్యే వస్తుంది. మన ఊళ్లో 500 బస్సులు మాత్రమే ఉన్నాయని మీకు తెలుసు కదా? ఇంతకీ నేను ఎక్కిన బస్సు నంబరు ఎంత?

143. తండ్రీ-కొడుకుల వయస్సులు

కొడుకు కన్న తండ్రి 30 ఏళ్లు పెద్ద వాడు. కొడుకు వయస్సు పక్కనే కుడివైపున తండ్రి వయస్సు వ్రాస్తే ఒక వర్గసంఖ్య అవుతుంది. మళ్లీ 25 ఏళ్ల తరవాతకూడా మరో వర్గసంఖ్య అవుతుంది.

ప్రస్తుతం వారిద్దరి వయస్సులు ఎంత?

144. కారు నంబరు

మిగిలిన కారులన్నిటినీ తప్పించుకుని, వేగపరిమితిని అధిగమించి పోతున్న ఒక నీలి రంగు కారు తాలూకు నంబరు నోటు చేసుకొన్నాడు ట్రాఫిక్ పోలీస్. అది ఒక నాలుగు అంకెల వర్గసంఖ్య. తమాషా ఏమిటంటే నంబరుప్లేటును తలకిందులు చేసిచూసినా అదే సంఖ్య వస్తుంది.

ఇంతకీ ఆకారు నంబరు ఎంత?

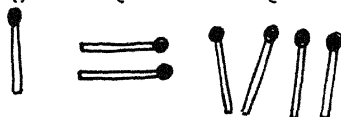
145. జమీందారు గారి చదరపుపొలం

ఒక జమీందారు తన చదరపు పొలం అమ్మదలచాడు. కొనబోయిన ఒక రైతు ఆ భూమిని సరిగ్గా కొలిచి చూసుకొంటే ఒక్కొక్క భుజం రెండేసి గజాలు తక్కువ ఉంది. అందువల్ల ఆ భూమి వైశాల్యం జమీందారు చెప్పిందాని కన్నా ఒక ఎకరం తక్కువగా ఉంది.

ఆ భూమి అసలు వైశాల్యం ఎంత?

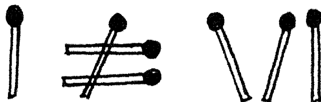
146. అగ్గిపుల్లలతో

(a) ఏడు అగ్గిపుల్లలతో ఈ క్రింది సమీకరణం వ్రాశారు.



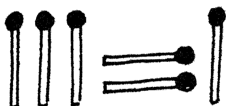
నిజానికి ఇది తప్పుడు సమీకరణం. ఇందులో నుంచి ఒకే ఒక పుల్ల తీసి, వేరొక చోట ఉంచి, ఈ సమీకరణాన్ని అర్థవంతం చెయ్యగలరా?

అన్నట్లు



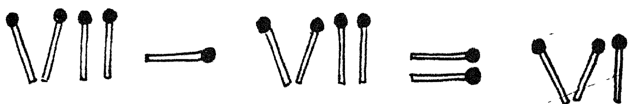
అని వ్రాయకూడదు.

(b) ఆరు అగ్గి పుల్లలతో ఈ క్రింది తప్పుడు సమీకరణం వ్రాసి ఉంది.



ఇందులో నుంచి రెండు అగ్గిపుల్లల స్థానాలను మార్చి, అర్థవంతమైన సమీకరణాన్ని తయారు చేయగలరా?

(c) 14 అగ్గిపుల్లలతో ఈ క్రింది తప్పుడు సమీకరణం వ్రాయబడి ఉంది.



ఇందులో నుంచి ఒకే ఒక అగ్గిపుల్లను తీసి, వేరొకచోట ఉంచి, ఈ సమీకరణాన్ని అర్థవంతం చేయగలరా?

147. రెండు కప్పులూ-ఒక సాసరు



బల్ల మీద రెండు ఖాళీ కప్పులూ, ఒక సాసరూ ఉన్నాయి. నీ చేతికి ఆరు చింతగింజలు ఇచ్చారు. వీటిని ఈ మూడిటిలోను సర్దాలి, ప్రతీ దాంట్లోనూ బేసి సంఖ్యలో చింతగింజలు ఉండేటట్లు.

ఇది ఎలా సాధ్యం?

148. ఘనమూలానికి అడ్డదారి

ఇచ్చిన సంఖ్యకి ఘనమూలం (CUBE ROOT) కనుక్కోవడం మామూలు అంకగణితం ప్రకారం బహుశ్రమతో కూడిన పని. అందుకనే దీనిని హైస్కూళ్లలో గానీ, కాలేజీలలో గానీ నేర్పరు సాధారణంగా. లీలావతీగణితంలో దీని ప్రస్తావన ఉంది.

కానీ, ఘన మూలాన్ని అతి సులభంగా తెలుసుకోదగ్గ చిట్కా ఒకటి చూపిస్తాను.

$$3\sqrt{512} = 5 + 1 + 2 = 8$$

కావాలంటే 8 x 8 x 8 గుణించి చూసుకోండి.

ఘనమూలం కావలసిన సంఖ్యలు ఉన్న అంకెలను కూడితే ఘనమూలం వచ్చింది!

ఇటువంటి విచిత్రధర్మం కలిగిన సంఖ్యలు ఇంకా కని పెట్టగలరేమో ప్రయత్నించండి.

149. ఘనాఘనం

153 అనేది చాలా చిత్రమైన సంఖ్య

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$$

అంటే ఈ సంఖ్యలోని విడివిడి అంకెల ఘనముల మొత్తమునకు ఈ సంఖ్య సమానం అయింది!

ఇటువంటి లక్షణం కలిగిన సంఖ్యలు మరికొన్ని కనుక్కోగలరా?

150. కోళ్ళూ - బాతులూ

కోళ్లనూ, బాతులనూ పెంచుతున్న అసామీ ఒకడు క్రిందటేడు మొత్తం 25 పిట్టలను కొని తెచ్చాడు. అవి ఎనిమిది రెట్లు అయాయి. బాతుల కన్నా కోళ్ళ మూడు రెట్లు అధిక వేగంగా అభివృద్ధి అయాయి. అయితే కిందటేడు కొన్న పిట్టలలో కోళ్లు ఎన్ని? బాతులు ఎన్ని?

151. అంకెలకు అగ్రచ్ఛేదం

రఘుపతి వెంకటరత్నం నాయుడు గారిని గురించి ఒక కథ చెబుతారు. ఆయన కాలేజీలో ఉపాధ్యాయుడుగా ఉన్న రోజులలో జరిగిన ముచ్చట ఇది.

"నాయుడుగారు సాయంకాలం 3 గంటలకు తన CLASSES ని కలుసుకుంటారు "అని ఇంగ్లీషులో బోర్డుమీద వ్రాసి వెళ్లారట. దానిని చూసి ఒక విద్యార్థి పై మాటలో C అనే అక్షరాన్ని చెరిపివేశాడు. ఈ చెరిపి వేయడం వల్ల LASSES అనే కొత్త మాట తయారైంది. ఈ మాటకు "ప్రియురాళ్లు " అనే అర్థం ఉంది. "నాయుడుగారు సాయంకాలం 3 గంటలకు తన ప్రియురాళ్లను కలుసుకుంటారు " అనే విపరీతార్థం వచ్చింది. అన్నట్లుగానే నాయుడుగారు క్లాసుకి వచ్చి, బోర్డుమీద వ్రాసి ఉన్నది చదువుకొని, కోపం తెచ్చుకోకుండా, ఆ మాటలోని L అనే అక్షరాన్ని చెరిపివేశారు. అప్పుడు ASSES అనే కొత్త మాట తయారైంది. "నాయుడుగారు తన గాడిదలను కలుసుకొంటారు" అనే అర్థం వచ్చింది. అంటే విద్యార్థులు గాడిదలనే అర్థం వచ్చింది.

ఈ విధంగా ఒక్కొక్క అక్షరాన్నే తొలగిస్తూపోతే అర్థవంతమైన శబ్దాలు ప్రయత్నిస్తే అన్ని భాషలలోనూ దొరుకుతాయి. ఇంగ్లీషులో మరో ఉదాహరణ :

PRELATE; RELATE; ELATE; LATE; ATE

ఇక్కడ నాలుగు సార్లు అగ్రచ్ఛేదం జరిగినా ఇంకా అర్థం మిగిలి ఉంది

తెలుగులో ఒక ఉదాహరణ:

హీరవికిరణం = వజ్రాలను విరజిమ్మడం
రవికిరణం = సూర్యకిరణం
వికిరణం = విరజిమ్మడం
కిరణం = కాంతి రేఖ
రణం = యుద్ధం

ఈ రకమైన వైలక్షణ్యం అక్షరాలలోనే కాక అంకెలలో కూడా కనబడుతుంది అంటే, ఒక ప్రత్యేక ధర్మంగల సంఖ్యను తీసుకొని, దాని మొదటి (లేదా చివరి) అంకెలను వరుసగా తొలగించుకుంటూ పోతే ఆ ప్రత్యేకధర్మం చెడిపోకుండా అనుసరించి వస్తూనే ఉంటుంది.

ఒక ఉదాహరణ చూపిస్తాను.

275625 అనే సంఖ్య చాలా చిత్రమైనది. ఇది ఒక సంపూర్ణ వర్గసంఖ్య; దీని వర్గమూలం 525. దీని మొదటి అంకెలను ఒక్కటొక్కటే చెరుపుకుంటూ

పోతే మిగిలిన సంఖ్య ఎప్పటికప్పుడు సంపూర్ణ వర్గసంఖ్య అయి ఉంటూఉంటుంది.

$$275625 = 525^2$$
$$75625 = 275^2$$
$$5625 = 75^2$$
$$625 = 25^2$$
$$25 = 5^2$$

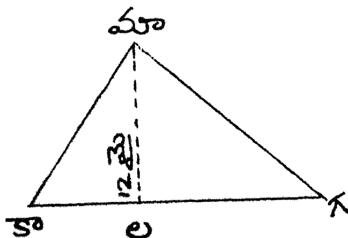
ఈ సంఖ్యకు నాలుగు సార్లు శిరచ్ఛేదం జరిగినప్పటికీ దాని పరిపూర్ణ వర్గత్వం అనే లక్షణం చెడిపోకుండా మిగిలి ఉంది!

ఇటువంటి విచిత్ర లక్షణం గల సంఖ్యలు మీకేమైనా తెలుసా?

152. వర్గసంఖ్య అవునా? కాదా?

15 763 530 163 289 అనే సంఖ్య ఉంది. ఇది పరిపూర్ణ వర్గసంఖ్య అవునో కాదో వర్గమూలం కట్టకుండా తెలుసుకునే పద్ధతి ఉందా?

153. దారితప్పిన ప్రయాణీకుడు



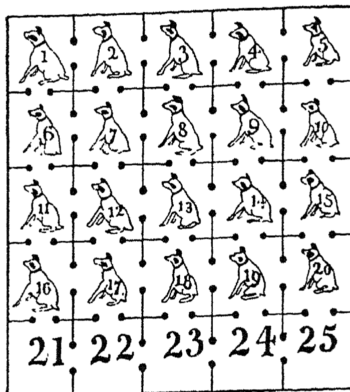
కాటవరం నుంచి గన్నవరం వెళ్లాలని ఒకడు మోటారు సైకిలు మీద బయలుదేరి, దారి సరిగ్గా తెలియక, మోచేతి వంపుగా మరో దారిపట్టి మాచవరం చేరుకున్నాడు. అక్కడి నుంచి మళ్లీ మలుపు తిరిగి ఆఖరికి గన్నవరం చేరుకున్నాడు, మొత్తం 35 మైళ్లు ప్రయాణం చేసి. అతడు అసలు వెళ్లవలసిన కాటవరం – గన్నవరం రోడ్డుకి సరిగ్గా 12 మైళ్ల దూరంలో ఉంది మాచవరం. ఈ మూడు ఊళ్ల మధ్యనీ రోడ్లు తిన్నగా ఉన్నాయనీ, ఆ ఊళ్ల మధ్య దూరాలు పూర్తి మైళ్లలో (భిన్నములు లేకుండా) ఉన్నాయనీ అనుకుంటే ఆ మూడు ఊళ్ల మధ్య దూరాలు ఎంతెంత?

154. వంకర కత్తి

పూర్వ కాలపు యుద్ధాలలో వాడే కత్తి ఆ కారం వంకరగా ఉండేది ఎందుకో తెలుసా?

155. ఇరవై కుక్కలు

జమిందారుగారి ముద్దుల కొడుకు 20 కుక్కలను పెంచుకుంటున్నాడు. మరో ఐదు కుక్కలు కొంటే అవసరం అవుతుందనే ఉద్దేశంతో 25 చిన్న గదులు నలుచదరంగా బొమ్మలో చూపినట్లు కట్టించి, మొదటి 20 గదులలోనూ ఆ 20 కుక్కలనూ ఉంచాడు. వాటి మెడపట్టీలకు 1,2,3....20 అనే అంకెలు వేసిన బిళ్లలు కట్టేడు.



ఒకగదిలో నుంచి మరోగదిలోకి ఉన్న దారులగుండా ఖాళీగా ఉన్న గదుల లోకి కుక్కలను మారుస్తూ, ఆఖరికి 1,2,3...20 అనే అంకెలు గల కుక్కలు కూర్చున్న గదులలోకి చదరంగంలోని గుర్రపు నడక పడేలాగ అమర్చాలి అని ఆ అబ్బాయి ప్రయత్నం. ఏకసమయంలో ఏ రెండు కుక్కలూ ఒకే గదిలో ఉండడానికి వీలులేదు, ఉంటే కండలు ఊడ పీక్కుంటాయి. అట్టడుగు ఐదు గదులూ చివరకి ఖాళీగా మిగలాలి.

సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో దీనిని సాధించడం ఎల్లాగ?

156. బలగం అమర్చేపద్ధతి

చదరంగబల్లమీద బలగాన్ని అమర్చినప్పుడు రెండు ఏనుగులనూ అటు చివరా, ఇటు చివరా ఉంచుతారుకదా? ఈ రెండు ఏనుగులకూ భేదం ఏమీ లేదు కనుక, వాటి స్థానాలను తారుమారు చేయవచ్చు. అంటే బల్లమీద తెల్లఏనుగులను (లేదా నల్ల ఏనుగులను) రెండు విధాలుగా అమర్చవచ్చు. అల్లాగే గుర్రాలను, శకట్లనూ కూడా రెండు విధాలుగా అమర్చవచ్చు. వీటిలో ఏ విధంగా అమర్చినప్పటికీ ఆటలో భేదం ఏమీ ఉండదు. బలగం అమరుస్తున్నప్పుడు ఏ ఏనుగును కుడివైపున పెట్టాలి, దేనిని ఎడమవైపున పెట్టాలి అని ఎవరూ ఆలోచించరు.

అల్లాగే 8 బంట్ల స్థానాలూ ఏ విధంగా అమర్చినా ఒకటే. అయితే ఒక సందేహం. బలగాన్ని మొత్తం ఎన్ని విధాలుగా అమర్చవచ్చు? ఒకసారి అమర్చిన పద్ధతిలో అనుకోకుండా సరిగ్గా మరోసారి అమర్చడం సంభవిస్తుందా? కావాలని

రోజుకు ఒక రకంగా బలగాన్ని అమర్చుకుని ఆడుతూ ఉంటే మొదట అమర్చిన పద్ధతిలోనే మళ్లీ మరోసారి ఎన్నాళ్లకు అమర్చగలుగుతాం?

157. బల్లమీద సుద్దముక్కలు

ఈ సమస్య చాలా ఆశ్చర్యం కలిగిస్తుంది. నిజానికి అసాధ్యం అనిపిస్తుంది.

నలుచదరపు బల్లకు అటొకడు ఇటొకడు కూర్చున్నారు. సరికొత్త సీమసుద్ద ముక్కలపెట్టె ఒకటి పక్కనే ఉంది. వారిలో ఒకడు ఒక సుద్దముక్కను తీసుకుని, ఆ బల్లమీద తనకుతోచిన చోట ఉంచాడు. తరువాత రెండోవాడు పెట్టెలోంచి మరో సుద్దముక్క తీసుకుని, ఆ బల్లమీద మొదటి సుద్దముక్కకు తగలకుండా తనకుతోచిన మరో చోట ఉంచాడు. ఈ విధంగా అతడొకసారి, ఇతడొకసారి పెట్టె తెరిచి ఒక్కొక్క సుద్దముక్క తీసి బల్లమీద అంతకు ముందు పెట్టిన సుద్ద ముక్కలకు తగలకుండా తమకుతోచిన చోట్ల పెట్టుకుంటూ పోతారు.

కొంత సేపటికి బల్లనిండిపోయి, ఇంక సుద్దముక్కలు పెట్టడానికి చోటు లేని పరిస్థితి ఏర్పడుతుంది. ఆఖరు సుద్దముక్క పెట్టిన వారు ఆటలో నెగ్గినట్లు లెక్క.

ఇప్పుడు చెప్పండి ఈ ఆటలో మొట్టమొదటి సుద్దముక్క పెట్టినవాడు నెగ్గుతాడా? లేక రెండవవాడా?

158. ఫిబొనాసీ ప్రతిభ

13 వ శతాబ్ది ఆరంభంలో ఇటలీలోని పీసాపట్టణంలో నివసించిన లియొనార్డో ఫిబొనాసీ గణితంలో చాలా గట్టివాడని దేశదేశాలా ప్రఖ్యాతి గాంచాడు. ఆకాలంలో గణితశాస్త్రజ్ఞులు ఒకరికొకరు చిక్కులెక్కలు ఇచ్చి, ఇతరుల ప్రజ్ఞను పరీక్షించడం ఒక ఆనవాయితీ.

1225లో రెండవ ఫ్రెడరిక్ చక్రవర్తి ఫిబొనాసీ ప్రజ్ఞవిని, పీసా దగ్గర ఆగి, అతడిని చూచినట్లూ, ఈ క్రింది సమస్యను ఇచ్చినట్లూ చెబుతారు. ఆ సమస్య ఇదీ.

ఒక వర్గసంఖ్యకు 5 కలిపినా, లేక 5 తీసివేసినా వర్గసంఖ్యలే వస్తాయి. ఆ సంఖ్య ఏది?

ఈ సమస్యకు కొంత వివరణ అవసరం. ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యచే గుణించగా వచ్చే లబ్ధాన్ని ఆ సంఖ్యయొక్క వర్గం అంటారు. ఉదాహరణకి

$5 \times 5 = 25$

ఇక్కడ 5 యొక్క వర్గం 25

25 అనేది ఒక వర్గసంఖ్య.

అల్లాగే $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

ఇక్కడ $\frac{1}{2}$ యొక్క వర్గం $\frac{1}{4}$.

అంటే $\frac{1}{4}$ అనేది ఒక వర్గసంఖ్య.

2 అనేది వర్గసంఖ్యకాదు. ఏమంటే 2 యొక్క వర్గమూలం ఖచ్చితంగా ఇంత అని చూపడానికి వీలులేని, 1.414213...........అనంత దశాంశస్థానములు గల సంఖ్య.

చక్రవర్తి ఇచ్చిన సమస్యకి జవాబు మాటవరసకి 49 అనుకుందాం. ఇది ఒక వర్గసంఖ్య. దీని వర్గమూలం = 7

49 + 5 = 54 ఇది వర్గసంఖ్యకాదు.

49 - 5 = 44 ఇది కూడా వర్గసంఖ్యకాదు.

5 కలిపినా, 5 తీసివేసినా వర్గసంఖ్యలు వచ్చే వర్గసంఖ్య కావాలి అది ఏది?

159. ఆఖరి చింతగింజ

చింతగింజలతో (లేదా గులకరాళ్లతో గాని) ఇద్దరు ఆడదగ్గ ఈ ఆట చాలా సరదాగానూ, తెలివిగానూ ఉంటుంది.

వంద చింతగింజలు లెక్కపెట్టి ఇద్దరి మధ్యలో పోగులా పోస్తారు. ఆ పోగు లోనుంచి మొదటివాడు 1 నుంచి 10 వరకూ తనకుతోచినన్ని గింజలు తీసుకుంటాడు. తరువాత రెండోవాడు 1 నుంచి 10 వరకూ తనకు తోచినన్ని గింజలు తీసుకుంటాడు. ఇదే విధంగా ఒకరి తరువాత మరొకరు ఆ పోగులోనుంచి గింజలు తీసుకుంటూ పోతారు. ఆఖరి గింజ ఎవరు తీసుకుంటారో వారు నెగ్గినట్టు.

చిన్నపిల్లలకే కాక పెద్దవాళ్లకు కూడా ఈ ఆట ఆసక్తికరంగానూ, బుర్రకి పని చెప్పేదిగానూ ఉంటుంది. ఆట చివరకి వస్తూ ఉంటే మంచి రసకందాయపు పట్టులో పడుతుంది. వందవ చింతగింజ ఎదుటివాడికి దొరకనివ్వకుండా తానే తీసుకోవాలని ప్రతి ఒక్కడూ ప్రయత్నిస్తాడు. ఈ ఆటలో జయాపజయాలు దైవాధీనాలు కావు. జాగ్రత్తగా కిటుకు తెలిసి ఆడితే అన్ని ఆటలూ మీవే నెగ్గవచ్చు.

ఆ కిటుకులు ఏమిటి?

160. పేకముక్కలతో ముప్పై ఒకటి

క్లబ్బులో రామనాథం ఒక కొత్తరకం ఆట చూపించాడు. ఈ మధ్యని రాజమండ్రి వెళ్లినప్పుడు అక్కడ ఎవరో ఆడుతూ ఉండగా చూశాడట. ఆట చాలా సులభం.

చీట్లపేకలోంచి ఆసు, 2, 3, 4, 5, 6 అనే ముక్కలు నాలుగు రకాలవీ తీసి, మొత్తం 24 ముక్కలన్నీ బల్లమీద తెరిచి వెల్లకిలా పరవాలి. ఇందులో ఆసు విలువ ఒకటి, రెండు విలువ 2.........ఆరు విలువ 6. ఈ ఆట ఇద్దరు ఆడుతారు. ముందర ఒకడు ఆ ముక్కలలో తనకు తోచిన ముక్క నొకదానిని తీసి కిందపడేస్తాడు. తరువాత రెండోవాడు తనకుతోచిన ఒక ముక్కను తీసికింద పడేస్తాడు. ఈ విధంగా ఒకరి తరువాత ఒకరు తమకు తోచిన ముక్కను బల్లమీద నుంచి తీసేస్తూ పోతారు. ఎప్పటికప్పుడు ఇద్దరూ కలిసి అంతవరకూ తీసేసిన ముక్కల విలువలు కూడుతూ ఉంటారు. మొత్తం సరిగ్గా 31 అయేటట్లు ఆఖరి ముక్క తీసినవాడు నెగ్గుతాడు. ఉదాహరణకి.

మొదటివాడు	6	6	3
రెండోవాడు	5	4	5
మొత్తం	11	21	29

ఈ విధంగా మూడు చుట్లు తీసేసరికి, తీసిన ముక్కల మొత్తం 29 అయింది. అప్పుడు మొదటివాడు 2 తీసి, మొత్తం 31 చేసి, ఆట నెగ్గుతాడు.

మొత్తం 31 దాటనివ్వకూడదు.

ఈ ఆట సోమేశానికి నచ్చినట్లుంది. రామనాథంతో ఆడడం మొదలుపెట్టాడు. కొన్ని ఆటలు రామనాథం, కొన్ని ఆటలు సోమేశం నెగ్గేరు. అయిదారు ఆటలు ఆడేసరికి సోమేశానికి ఆ ఆటలో కిటుకు తెలిసిపోయింది. తాను మొత్తం 24 చేయగలిగితే, రామనాథం ఏ ముక్క తీసినప్పటికీ తాను 31 పూర్తిచేసి ఆటనెగ్గడం ఖాయం. కనుక ఆట నెగ్గాలంటే తాను 3, 10, 17, 24 అనే మెట్లు చేరుకోవాలి అని గ్రహించాడు. మొదట ముక్క తీయవలసినది తానే అయితే వెంటనే 3 తీస్తాడు. రామనాథం 5 తీస్తే తాను 2 తీసి 10ని చేరుకుంటాడు. రామనాథం 6 తీస్తే తాను 1 తీస్తాడు. ఈ విధంగా రామనాథం ఏ ముక్క తీసినాసరే తాను మాత్రం ఈ మెట్లువిడివిపెట్టకుండా ఆట గెలుచుకోవచ్చు అనుకున్నాడు సోమేశం. రామనాథం ఈ కిటుకు గ్రహించకపోవడం సోమేశానికి గర్వకారణంకూడా అయింది.

"ఇప్పుడు నాకు అర్థం అయింది. నువ్వు 3 తీసినప్పుడు నేను 5 తీయడం తప్పయిపోయింది, 4 తీసి ఉండవలసింది" అన్నాడు రామనాథం నిజంగానే కిటుకు తెలుసుకున్నట్టు.

సోమేశం నవ్వుకున్నాడు. "సరే, నువ్వు ఆట వెనక్కి తీసుకుంటావంటే నాకు అభ్యంతరం లేదు. కాని నువ్వు ఏ ముక్క తీసినా సరే నేనే నెగ్గుతాను".

"కాదు 4 తీస్తే నేనే నెగ్గుతాను" అని రెట్టించాడు రామనాథం.

పంతాలు పెరిగాయి. పందెం అంటే పందె అన్నారు ఇద్దరూనూ.

"పచ్చకాగితం పందెం" అన్నాడు రామనాథం.

సోమేశానికి జాలేసింది రామనాథం మీద; అసలు కిటుకు చెప్పేస్తానన్నాడు.

రామనాథం ససేమిరా విననని, కావాలంటే పందెం కాయమనీ పట్టుపట్టేడు. సోమేశం పందెంకి ఒప్పుకున్నాడు.

ఆట ఇల్లా సాగింది.

	I	II	III	IV	V
సోమేశం	3	3	3	3	
రామనాథం	4	4	4	4	
మొత్తం	7	14	21	28	

I సోమేశం 3 తీశాడు. రామనాథం 4 తీశాడు. మొత్తం 7.

II సోమేశం మళ్ళీ 3 తీశాడు. రామనాథం మళ్లీ 4 తీశాడు. మొత్తం 14 అయింది.

III వ ఎత్తు, IV వ ఎత్తు కూడా ఇదే విధంగా సాగేయి. మొత్తం 21 అయింది. తరువాత 28 అయింది.

V వ ఎత్తులో ఇప్పుడు సోమేశం వంతు 31 పూర్తి చేయడానికి 3 తీసుకోవాలి అతడు. కాని ఉన్న నాలుగు మూళ్ళూ ఇంతకుముందే తీసివెయ్యడం చేత ఇంక మరో మూడు లేదు! కనుక సోమేశం 1 గానీ 2 గానీ తీయకతప్పదు. అప్పుడు రామనాథం 2 గానీ 1 గానీ తీసి ఆట నెగ్గేస్తాడు!.

ఈ పరిస్థితిని ఊహించని సోమేశం తెల్లమొహం వేశాడు. ఆట ఓడిపోయాడు. జేబులోంచి వందరూపాయలనోటు తీసి, రామనాథంకి ఇచ్చి, స్పోర్టింగుగా ఉండాలని ఒక వెర్రినవ్వు నవ్వేడు.

ఇంటికి వెళ్ళి తీరుబడిగా ఆలోచించాడు సోమేశం. "ఆఖరి చింతగింజ" అనే ఆట వంటిదే ఇది కూడా అనుకుని మోసపోయాడు తాను. ఈ ఆటలో తీసుకోదగ్గ ముక్కల సంఖ్య పరిమితంగా ఉంది. ఒకే సంఖ్యగల ముక్కలు నాలుగేసి మాత్రమే ఉన్నాయి. దానితో పచ్చకాగితం చెయ్యిజారిపోయింది.

సోమేశానికి తెలియలేదుకానీ, మొదటి ఎత్తు వేసినవాడు విధిగా నెగ్గే కిటుకు ఉంది.

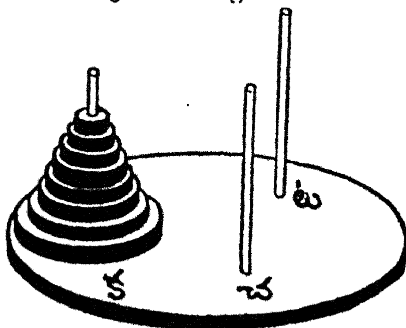
అదేమిటో మీకు తెలుసా?

161. మూడు స్తంభాల ఆట

మనస్సుకి విశేషంగా పదునుపెట్టే ఆటలలో ఇది ఒకటి. దీనికి కావలసిన సామగ్రిని చాలా సులభంగా తయారు చేసుకోవచ్చు. దళసరి అట్టలోనుంచి ఎనిమిది గుండ్రని అట్టలు - ఒకదానికన్న మరొకటి హెచ్చు వ్యాసం గలవి - కత్తిరించాలి. పెద్దబల్ల చెక్కలో దూర దూరంగా మూడు రంధ్రాలు పొడిచి, అందులో బిగువుగా పొడుగుపాటి ఇనుప ఊచలు నిట్టనిలువుగా గుచ్చాలి. గుండ్రని బిళ్లలన్నిటికీ మధ్యలో ఈ ఊచలు సులభంగానే దూరేటంత రంధ్రాలు పొడవాలి. ఇంతే.

గుర్తుకోసం ఈ ఇనుప ఊచలకు క, చ, ట అని పేర్లు పెడదాం. అన్నిటి కన్న చిన్న బిళ్లనుంచి అన్నిటికన్న పెద్దబిళ్ల వరకూ వరుసగా 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 అని నెంబర్లు వేద్దాం.

మొట్టమొదట క అనే ఊచలో ఈ ఎనిమిది బిళ్లలనూ దొంతరగా దూర్చాలి, అట్టడుగున 8వ బిళ్ల, దానిపైన 7వ బిళ్ల, దానిపైన 6వ బిళ్ల.....అన్నిటికన్నపైన 1వ బిళ్ల ఉండాలి. బొమ్మలో చూపినట్లు.



ఇప్పుడు చేయవలసినదేమిటంటే ఒక్కొక్కసారి ఒక్కొక్క బిళ్లనుతీసి, మరో ఊచలో దూరుస్తూ, మొత్తం 8 బిళ్లలనూ చ, ట లలో ఏదో ఒక ఊచ మీదికి క్రమం తప్పకుండా మార్చాలి. దీనిని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ మార్పులలో చేయగలగాలి. ఈ మార్పులు చేయడంలో ఈ క్రింది నియమాలు పాటించాలి.

1. ఒక్కొక్కసారి ఒక్కొక్క బిళ్లను మాత్రమే మార్చాలి.

2. చిన్నబిళ్ల మీద పెద్దబిళ్లను ఎన్నడూ ఉంచరాదు.

3. మూడవ ఊచను తాత్కాలికంగా ఉపయోగించుకోవచ్చు.

ప్రయత్నించండి.

162. కిక్కిరిసిన చదరంగబల్ల

చదరంగబల్లమీద 8 మంత్రులనూ, 8 ఏనుగులనూ, 14 శకట్లనూ, 21 గుర్రాలనూ అమర్చగలగాలి. ఇందులో ప్రతి జంతువూ తన జాతి జంతువుల మీదనే దాడి చేస్తుంది. అంటే మంత్రులు ఇతర మంత్రులను, ఏనుగులు ఇతర ఏనుగులను, శకట్లు ఇతర శకట్లను, గుర్రాలు ఇతర గుర్రాలను మాత్రమే చంపడానికి ప్రయత్నిస్తాయి. రెండు మంత్రులు ఒకే వరుసలో ఉండి, వాటి దారికి అడ్డుగా ఇతర జంతువులు ఉన్నప్పటికి అవి ఒకదానినొకటి చంపుకోగలవు. అల్లాగే ఏనుగులూ, శకట్లూ, గుర్రాలు కూడానూ.

ఈ నియమాలను పాటిస్తూ ఆ 51 జంతువులనూ ఒకదానినొకటి చంపుకోడానికి వీలులేనట్లుగా చదరంగబల్ల మీద అమర్చడం ఎలాగ?

163. మొక్కలు పాతే పద్ధతి

సాధారణంగా పొలాలలో మొక్కలను చతురస్రాకారంలో పాతుతూ ఉంటారు. అంటే రెండు మొక్కల మధ్య దూరమూ, రెండు వరుసల మధ్య దూరమూ సమంగా ఉండేటట్లు పాతడం అన్నమాట.

మొక్కకీ మొక్కకీ మధ్య కనీసం ఇంత దూరం ఉండాలి అనే నియమాన్ని పాటిస్తూ, భూమిని సాధ్యమైనంత అధికంగా ఉపయోగించుకోవాలంటే చతురస్రాకారంలో పాతడమే మేలా? లేక ఇంతకన్న మంచి పద్ధతి మరొకటేదైనా ఉందా?

164. రంగు దారాలు

ఒక గదిలో నాలుగుగోడల మీద, సరంబీ (CEILING) మీద, నేలమీద ఒక్కొక్క మేకు చొప్పున మొత్తం 6 మేకులు కొట్టి ఉన్నాయి. ఇందులో ప్రతి మేకునుంచి మిగిలిన 5 మేకులకూ దారాలు కట్టాలి. మా దగ్గర రెండురంగుల (ఎరుపు, నీలి) దారాలు మాత్రమే ఉన్నాయి. ఈ రెండు రంగులలోనూ నీకుతోచిన ఏదో ఒక రంగు దారం ఉపయోగించి ఒక మేకును మరో మేకుకు కలపవచ్చు.

ఈ విధంగా దారాలు కట్టడం వల్ల అనేక త్రిభుజాలు ఏర్పడుతాయి. ఆ త్రిభుజములకు ఈ మేకులు శీర్షములు, దారములు భుజములూనూ. ఏ త్రిభుజం తీసుకున్నా దాని మూడు భుజములూ ఒకే రంగువి కాకుండేటట్లు దారాలు కట్టడం సాధ్యం అవుతుందా? అంటే ప్రతి త్రిభుజంలోనూ రెండు భుజములు నీలివి, ఒక భుజం ఎరుపువీ, లేదా - రెండు భుజములు ఎరుపువీ ఒకటి నీలిదీ అయి ఉండాలే కాని, మూడు భుజములూ ఎర్రనివిగానీ, మూడూ నీలివిగానీ కాకుండా ఉండే

టట్లు దారాలు కట్టడం సాధ్యం అవుతుందా? ఇదీ మన సమస్య.

165. కేలండరు సమస్య

1725 కి 1875 కీ మధ్య ఒక సంవత్సరంలో ఏప్రిల్ నెల 22వ తేదీని నెపోలియన్ నాయకత్వం కింద మందోవీ యుద్ధంలో ఫ్రెంచివారికి విజయం లభించింది. అది జరిగిన 4382 రోజుల తరువాత సరిగ్గా ఏప్రిల్ నెల 22వ తేదీని ఫ్రెంచివారికి దవోస్త్ నాయకత్వాన ఎక్మ్యూల్ యుద్ధంలో విజయం సిద్ధించింది. ఆ యుద్ధాలు జరిగిన సంవత్సరాలలోని అంకెలు ఎనిమిదింటి మొత్తం 40 కి సమానం.

ఏయే సంవత్సరాలలో ఆ యుద్ధాలు జరిగాయి?

166. ఎల్లా కలపాలి?

ఐదు ఒకట్లకి ఆరు ఒకట్లు ఎల్లా కలిపితే తొమ్మిది వస్తుందో చెప్పగలరా?

167. యువరాజు ఎవరు అవాలి?

అనగా అనగా ఒక రాజు. ఆ రాజుకి ఇద్దరు భార్యలు. ఒక్కొక్క భార్యకి 15 మంది కొడుకులు. వారిలో ఎవరిని యువరాజు చెయ్యాలా అని రాజు గుంజాటన పెడుతుండగా తెలివైన చిన్నభార్య ఒక సలహా ఇచ్చింది.

'30 మంది కొడుకుల్నీ వృత్తాకారంలో నిలువబెట్టి, ఒకటీ, రెండూ, మూడూ అని లెక్కపెడుతూ ప్రతి పదవవాడినీ ఏరివేద్దాం. ఆఖరికి మిగిలినవాడిని యువరాజును చేద్దాం. ఇందువల్ల మీకు నిష్పక్షపాతంగా వ్యవహరించారన్న కీర్తి కూడా వస్తుంది'.

మాయా మర్మం తెలియని రాజు 'సరే' అన్నాడు. చిన్నభార్య చెప్పినట్లుగానే చేయసాగాడు రాజు. ఒక్కొక్క కొడుకే వృత్తంలోంచి బయటికి పోతూఉంటే రాజుకి ఆశ్చర్యం అధికమైపోతుంది. ఎందుకంటే బయటికి పోతున్న వాళ్లంతా పెద్ద భార్య కొడుకులే! బయటికి పోయిన మొదటి 14 మందీ పెద్దభార్య కొడుకులే అయిఉండడమూ, ఇదే పద్ధతి కొనసాగిస్తే పోయేది పెద్దభార్య కొడుకే అయి ఉండడమూ తెలుసుకుని రాజు 'ఆపండి!' అని అరిచాడు.

తన ఎత్తు తెలిసిపోయినట్లుందని చిన్నభార్య ముఖం వెలవెలపోయింది. అంతలో సర్దుకుని 'నాథా! ఇది మీరు ఒప్పుకున్న పద్ధతే కదా?' అంది.

'ఎప్పుడూ ఒకే పద్ధతి ఏం బాగుంటుంది? ఇహ ఇటుపైనుంచి వెనకకి లెక్కపెడదాం' అన్నాడు రాజు.

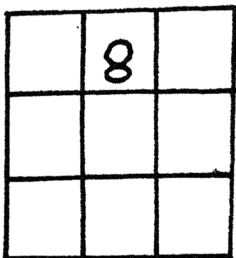
చిన్నభార్య వృత్తంలో మిగిలి ఉన్న కుర్రవెధవలకేసి జాగ్రత్తగా చూసింది. 'సరే, మీరు అన్నట్లుగానే చేద్దాం. కాని, ఈ పద్ధతి మళ్లీ మార్చకుండా చివరికంటా కొనసాగించాలి. ఎవరికెంత ప్రాప్తమో అంతే కదా?' అంది.

పేచీ పెట్టకుండా చిన్నరాణి తన మాట విన్నందుకు రాజు చాలా సంతోషించాడు. కాని ఆ సంతోషం ఎంతోసేపు నిలువలేదు. వెనుకకు లెక్కపెట్టి మిగిలిన

వారిలో ప్రతి పదవవాడినీ తీసివేయగా తీసివేయగా కొంతసేపటికి పెద్దభార్య కొడు కుల్లో మిగిలినవాడు కూడా ఏరివేతలో బయటికిపోయాడు. ఆఖరికి చిన్నభార్య కొడుకే యువరాజయ్యాడు.

ఇంతకీ ఆ 30 మందినీ చిన్నరాణి ఏ విధంగా నిలుచోబెట్టి ఉంటుందో ఊహిం చగలరా?

168. ఎనిమిదితో ఇబ్బంది

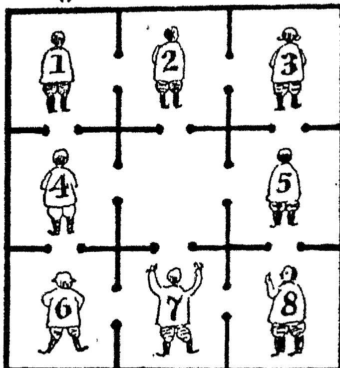


ఇక్కడ 3 x 3 గళ్లచదరం గీసి, అందులో పై అడ్డవరస మధ్యగదిలో 8 అంకె వేసి ఉంది. మిగిలిన అన్ని గదులలోనూ వేరువేరు సంఖ్యలు వేసి, ఎటుకూడినా మొత్తం 15 వచ్చే మాయ చదరం తయారు చేయగలరా?

169. పిచ్చితుగ్లక్ పుట్టినరోజు

పిచ్చితుగ్లక్ పాలిస్తున్న రోజుల్లో అతడి రాజ్యంలో ఒక ఖైదులో ఎనమండుగురు ఖైదీలు ఉండేవారు. నలుచదరపు జైలు గదులలో బొమ్మలో చూపినట్లు ఆ ఖైదీలు గదికొకడు చొప్పున ఉండేవారు. ఒక గదిలోనుంచి మరొక గదిలోకి బొమ్మలో చూపినట్లు ద్వారాలు ఉన్నాయి.

ఆనాడు తుగ్లక్ గారి పుట్టినరోజు. ఆ ఉత్సాహంలో ఈ ఖైదీలకు శిక్ష తగ్గించి విడిచిపెడదామనుకున్నాడు. కాని, వారి నేరాలు సామాన్యమైనవి కాదని మంత్రి అభ్యంతరం తెలిపాడు. తుగ్లక్ ఆలోచించాడు.



"వాళ్లకి శిక్ష తగ్గిద్దామని నాకెందుకు తోచిందో తోచింది. పోనీ దానికొక షరతు పెడదాం. ఆ ఖైదీలు ఒక గదిలోంచి మరో గదిలోకి మారుతూ ఆఖరికి ఎటుకూడినా ఒకే మొత్తం వచ్చే మాయ చదరం లాగ ఎనిమిది గదులలోనూ గదికొకడు చొప్పున నిలబడగలిగితే వాళ్లని విడిచిపెట్టేద్దాం. ఒకే గదిలో ఏకసమయంలో ఒక ఖైదీ కన్న ఎక్కువమంది ఉండడానికి మాత్రం వీలులేదు. సాధ్యమైనన్ని తక్కువ మార్పులతో దీనిని సాధించాలని కూడా చెప్పు" అన్నాడు వజీరుతో.

ఇది విన్న ఖైదీల సంతోషానికి హద్దులేదు. కానీ, అంతలోనే ఆ సంతోషం చల్లబడింది. మాయచదరం తయారుచెయ్యడం ఎలాగ? ఏడవనంబరు ఖైదీ తనకు మాయ చదరాలను గురించి తెలుసునన్నాడు. కాగితం మీద తంటాలుపడి మాయ చదరాన్ని 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 సంఖ్యలతో తయారు చేయగలిగేడు.

దానిని తయారుచేయడంతో సరిపోలేదు. ఖైదీలస్థానాలు మార్చి, కావలసిన స్థితి తేగలగాలి. అది సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో జరగాలి.

ఇంతా ఆలోచించాక ఆ ఎనమండుగురు ఖైదీలలోనూ ఒకడు తనకు ఖైదునుంచి విడుదల అవాలని లేదనీ, జైలులోలాగ బయటవేళపట్టున భోజనం దొరకదనీ, కనుక ఈ "ఆట" లో తాను పాల్గొననని, తాను ఉంటున్నచోటు నుంచి కదలననీ మొండికెత్తేడు. తోటిఖైదీలకు ఒళ్లుమండిపోయింది. వీడు ఖైదీలలో తప్పబుట్టేడని తిట్టుకున్నారు. ఆ ఖైదీ ససేమిరా కదలనన్నాడు. అప్పుడు ఏడోనంబరు తెలివైన ఖైదీ మళ్లీ ఆలోచించాడు. "వాడు కదలకపోయినా సరే మనం మాయచదరం తయారు చేయగలం" అన్నాడు. అన్నంతపనీ చేశాడు.

తుగ్లక్ తాను అన్నమాట నిలబెట్టుకున్నాడో లేదో తెలియజెప్పే చారిత్రకాధారాలు ఏవీ లేవు.

ఇంతకీ మాయచదరాన్ని ఎల్లా తయారు చేశారో, ఎన్ని ఎత్తులలో సాధించారో, ఉన్నచోటినుండి కదలని మొండిఖైదీ ఎవరో మీకేమైనా తెలుసా?

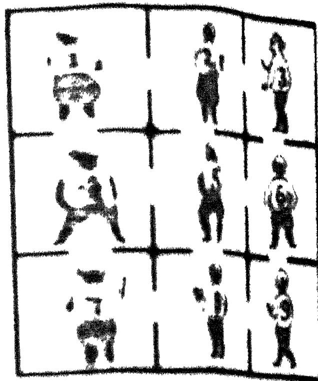
170. నరవాహనం

"పిచ్చితుగ్లక్ పుట్టినరోజు" సమస్యలో చెప్పిన ఉదంతం జరిగిన కొన్నాళ్లకి తొమ్మండుగురు ఖైదీలను అదే ఖైదులో గదికి ఒకణ్ణి చొప్పున పెట్టేరు రాజ భటులు.

తుగ్లక్ తన తరువాతి పుట్టినరోజునాడు ఈ ఖైదులో ఉన్న తొమ్మండుగురు ఖైదీలను గమనించి, వీళ్లనికూడా విడుదల చేసే ఉద్దేశంతో ఈ క్రింది సమస్యనిచ్చి సాధించమన్నాడు.

ఈ తొమ్మండుగురిలోనూ ఒకడు మరొకడి భుజాలమీద ఎక్కి కూర్చోవాలి. అప్పుడు వారిద్దరి సంఖ్యలూ కూడి ఒకే సంఖ్యగా పరిగణించాలి. ఉదాహరణకి 8వ నంబరు ఖైదీ 2 వ నంబరు ఖైదీ భుజాలమీద ఎక్కి కూర్చోవచ్చు. అప్పుడు వారిద్దరూ కలిసి 10 నవంబరు గల ఒకే ఖైదీకింద లెక్కపెట్టుకోవాలి.

ఈ విధంగా చేయడంవల్ల ఒకగది ఖాళీ అవుతుంది కదా? ఖాళీ గదిలోకి ద్వారాలగుండా ఖైదీలు మారుతూ మాయ చదరం తయారు చెయ్యాలి. ఏక సమయంలో ఒకే గదిలో ఒకడికన్న ఎక్కువ ఉండకూడదు. దీనిని సాధ్యమైనన్ని



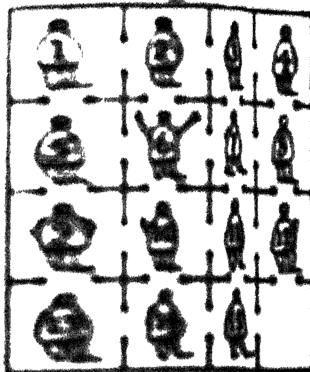
తక్కువ ఎత్తుల

తక్కువసార్లు క

ఇది ఎలా

ఊహించగలరా?

171. పదహా



పిచ్చితుగ్లక్

15 మంది ఖైదీల

1, 2, 3.........

ద్వారాలున్నాయి.

చిక్కులెక్కలం

సమస్యనిచ్చాడు.

అడ్డం, నిలువు, రె

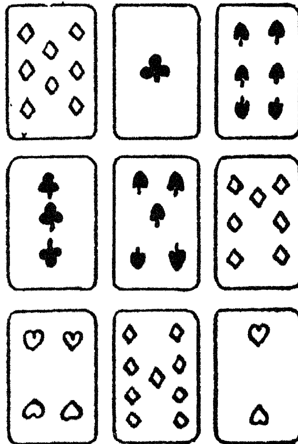
చదరంగా ఏర్పడాలి.

ఇది ఎలా సాధ్య

172. పేకముక్కలతో మాయ చదరాలు

చీట్లపేకలోని 52 ముక్కలలోనుంచి రాజులు, రాణీలు, జాకీలూ తీసేసి, మిగిలిన 40 ముక్కలతోటి 3 x 3 గళ్లి మాయచదరాలు నాలుగు తయారుచెయ్యాలి. ఉదాహరణకి అటువంటి మాయ చదరం ఒకటి (మొత్తం 15 వచ్చేది) ఈ బొమ్మలో చూపించాను. ఇందులో ఏ జాతి ముక్కలు వాడాలి అన్ని నియమం ఏమీ లేదు. ఆ ముక్కలమీది చుక్కల సంఖ్యతోనే మనకి పని.

ఈ 40 ముక్కలతోనూ ఇటువంటివి 4 మాయచదరాలు తయారుచెయ్యాలి.



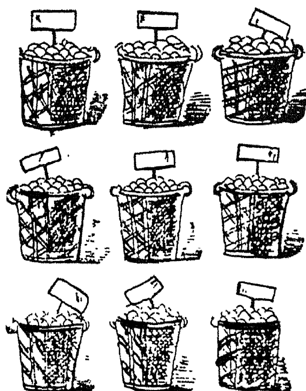
వాటి మొత్తములు (స్థిరాంకములు) వేరువేరుగా ఉండాలి. నాలుగు మాయచదరాలు తయారవగా ఇంకో నాలుగు ముక్కలు మిగిలిపోతాయి. వాటితో మనకు సంబంధం లేదు.

ఇక్కడ చూపించినది కాక మరో మూడు మాయచదరాలు తయారుచెయ్యండి చూద్దాం.

173. పళ్లసంపకం

ఒక పళ్లవర్తకుడు తన ముద్దుల కొడుకు తాలూకు తొమ్మిదవ పుట్టినరోజునాడు తొమ్మిది బుట్టలలో సపోటాపళ్లు నింపి తన వీధి అరుగుమీద ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లు అమర్చాడు. పళ్లసంఖ్య ప్రతీ బుట్టలోనూ వేరువేరు. ఆ పళ్లబుట్టలను ఈ విధంగా అమర్చగా అందులోవి పళ్లసంఖ్యలతో మాయ చదరం తయారైంది.

ఇంతవరకూ విచిత్రమేమీ లేదు. ఇటువంటి మాయ చదరాలు కోకొల్లలు. కాని, ఒక వింతసంగతి అనుకోకుండా బయటపడింది. ఆ పళ్లవర్తకుడు తన నౌకరును పిలిచి, "ఆ తొమ్మిది బుట్టలలోనూ ఏదో ఒకటి తీసుకుని, అందులో



ఉన్న పళ్లు అన్నీ దారేపోతున్న పిల్లల్ని కొందరినీ పిలిచి, ప్రతి ఒక్కడికీ పళ్లు ఇతరులతో సరిసమానంగా వచ్చేటట్లు పంచిపెట్టు" అని చెప్పేడు.

ఆ నౌకరు సరేనని వెళ్లి, మళ్లీ బుట్టలను పళ్లతోసహా వెనక్కి తీసుకు వచ్చేశాడు. ఏ బుట్టలోని పళ్లు చూచినా, ఎంతమంది పిల్లలను తీసుకున్నా వారికందరికి సరిసమానంగా పళ్లు పంచడం సాధ్యమే కావడం లేదట!

ఇంతకీ ఆ బుట్టలలో ఎన్నెన్ని పళ్లు ఉన్నాయో చెప్పగలరా?

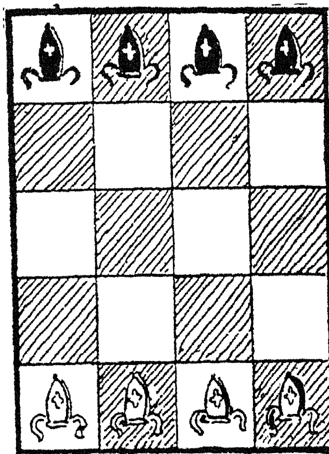
174. గుర్రపు ఎత్తులతో మాయచదరం

8 x 8 గళ్ల చదరంగపు బల్లమీద గుర్రపు గంతులతో ఒక గదిలోంచి మరో గదిలోకి దూకుతూ దూకినప్పుడల్లా ఆ గడికి గంతుల సంఖ్య వేస్తూ, వెళ్లిన గడిలోకి మళ్లీ వెళ్లకుండా మొత్తం 64 గళ్లూ చుట్టిరావాలి. ఆఖరున ఆ సంఖ్యలతో అది మాయచదరం కావాలి. అది ఎలా సాధ్యమో చూపించగలరా?

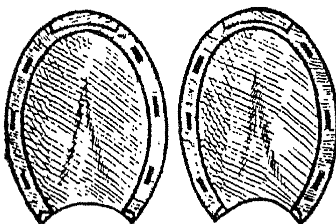
175. శకట్ల మార్పిడి

4 x 5 గళ్ల మినీ చదరంగబ్బల్ల మీద ఉత్తరాన 4 నల్లశకట్లను, దక్షిణాన 4 తెల్లశకట్లను ఉంచు. ఇక్కడ ఈ శకట్లన్నీ చందరంగంలో లాగే నడుస్తాయి, కాని ఎదిరిపక్షాన్ని చంపవు.

ముందర తెలుపు, తరువాత నలుపు, తరువాత తెలుపు, తరువాత నలుపు.....ఈ విధంగా ఒక దాని తరువాత ఒకటిగా ఎత్తులు వేస్తూ నల్ల శకట్లు, తెల్లశకట్లూ తమతమ స్థానాలను తారుమారు చేసుకోవాలి. ఇదీ సమస్య. దీనిని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో సాధించాలి.



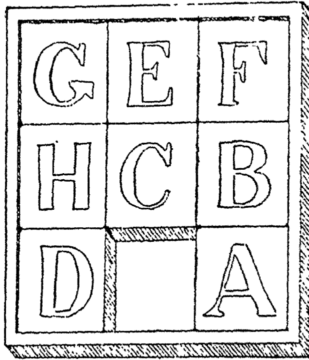
176. రెండు గుర్రపునాడాలు



గుర్రపునాడాలను అదృష్టచిహ్నాలుగా పాశ్చాత్యదేశాలలో ఒకప్పుడు భావించేవారు. ఓడ తెరచాప కొయ్యల మీద, ఇళ్ళ సింహద్వారాల మీదా వీటిని అతికించుకునే వారు. ఈ నమ్మకాలకీ మన సమస్యకీ సంబంధం ఏమీలేదు. ఇక్కడి బొమ్మలో చూపిన రెండు గుర్రపునాడాల బొమ్మల "ఔట్‌లైను"వేరే కాగితం మీద జాగ్రత్తగా "ట్రేస్" చేసి, వాటిని నాలుగు వేరు వేరు పైజుముక్కలుగా కత్తిరించి, ఆ ముక్కలను తిరిగి అమర్చి ఒక పరిపూర్ణవృత్తాన్ని తయారుచేయగలరా?

177. అక్షరాలమార్పు

3 × 3 గళ్ల డబ్బాలో A, B, C, D, E, F, G, H అనే అక్షరాలు గల ఎనిమిది బిళ్లలు బొమ్మలో చూపినట్లు అమర్చిఉన్నాయి. అట్టడుగు అడ్డవరుసలో మధ్యలో ఒక బిళ్ల పట్టే ఖాళీ మిగిలిఉంది.

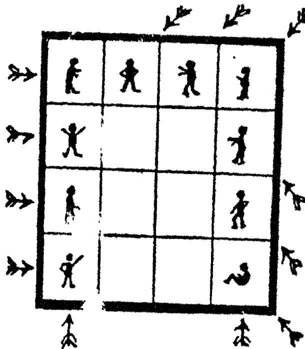


ఖాళీ జాగాలోకి పక్క గదిలో ఉన్న ఒక్క బిళ్లను మాత్రమే కదపడానికి వీలు ఉంది. ఉదాహరణకు బొమ్మలో ఉన్న ఖాళీలోకి A ని గానీ, C ని గానీ, D ని గానీ మాత్రమే జరపడానికి వీలు ఉంది. అంతేకానీ బిళ్లను పైకెత్తి ఖాళీ జాగాలో ఉంచరాదు.

ఈ విధంగా ఎప్పటికప్పుడు ఏర్పడ్డ ఖాళీస్థలంలోకి పక్కగదులలోని ఏదో ఒక బిళ్లను జరుపుతూ A B C D E F G H అనే - క్రమంలో ఆ ఎనిమిది బిళ్లలూ అమిరేటట్లూ, అడుగు వరుసలో కుడిమూల ఖాళీ మిగిలిపోయేటట్లు చెయ్యగలగాలి.

ఖాళీస్థలంలోకి జరిపిన బిళ్ల మీద అక్షరాన్ని ఎత్తువేసినప్పుడల్లా వ్రాసుకుంటూ, సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో ఈ సమస్యని సాధించండి చూద్దాం. ఉదాహరణకి: ఎత్తులు ఈ విధంగా ఉండవచ్చు. C - H - G - E - F - ....

178. జైలు పక్షులు



4x4 గదుల ఖైదులో పదిమంది ఖైదీలు ఈ బొమ్మలో చూపినట్లుగా ఉన్నారు. ఆ జైలరుకి సరి బేసి సంఖ్యల విషయంలో చాలా పట్టింపులున్నాయి. ఈ ఖైదీల స్థానాలలో మార్పులు చేసి అడ్డంగానూ, నిలువుగానూ, ఏటవాలుగానూ

సాధ్యమైనన్ని ఎక్కువ వరుసలలో ఖైదీలు సరి సంఖ్యలో ఉండేటట్లు చెయ్యాలని అతడి కోరిక. ప్రస్తుతం ఇటువంటి సరిసంఖ్య వరుసలు 12 ఉన్నాయి. వీటిని ఈ బొమ్మలో బాణం గుర్తులతో చూపించాను. నిజానికి ఇటువంటి సరిసంఖ్య వరుసలు 16 వరకూ నిర్మించడానికి అవకాశం ఉంది. కేవలం నలుగురు ఖైదీల స్థానాలను మాత్రమే మార్చి దీనిని సాధించాలి. పైగా బొమ్మలో అడుగు వరస కుడిమూల గదిలో నేలమీద చతికిలబడ్డ ఖైదీ రోగిష్టివాడు. కనుక ఇతడిని కదిలించకూడదు.

16 సరిసంఖ్యలు ఎలా సాధ్యమో ప్రయత్నించి చూడండి.

179. డబ్బాల తారుమారు

3	1	2	15	8	21
17	6	18	24	12	10
13	9	16	4	20	5
19	7	23	14	22	11

ఒక చిల్లరదుకాణంలో 6x 4 గదుల అలమారులో 1 నుంచి 24 వరకూ అంకెలు వేసిన డబ్బాలు ఈ బొమ్మలో చూపినట్లుగా అమర్చిఉన్నాయి. ఆ దుకాణదారు కొడుకుకి ఆ డబ్బాలను 1, 2, 3, 4, 5, 6 అని పైవరుస లోను, 7, 8, 9, 10, 11, 12 అని రెండవ వరుసలోనూ... ఈ విధంగా వాటిని వరుసక్రమంలో సర్దాలి అనుకున్నాడు. ఇందుకోసం ప్రతిసారీ కుడిచేతిలో ఒక డబ్బాను, ఎడమచేతిలో మరోడబ్బాను తీసుకుని వాటి స్థానాలను తారుమారు చేయసాగాడు. ఈ విధమైన మార్పులు ఏవిధంగా ఎన్నిసార్లు చేస్తే ఆ డబ్బాలన్నీ కావలసినక్రమంలోకి వస్తాయో చెప్పగలరా?

ఉదాహరణకి : 1, 3 స్థానాలను తారుమారు చేయవచ్చు. తరువాత 2, 3 స్థానాలను తారుమారు చేయవచ్చు.

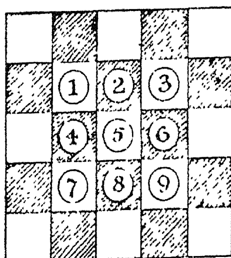
180. పదకొండులో సగం

పదకొండులో సగం = ఆరు
అని రుజువు చేయగలవా?

181. కప్పగంతులు

5 x 5 గళ్ల చదరాన్ని చదరంగబల్లలోంచి కోసి తీసినట్లుగా- నేల మీద సుద్దముక్కతో గియ్యి. మధ్యలో ఉన్న తొమ్మిది గళ్లల్లోనూ 9 కప్పలు కూర్చుని ఉన్నాయి. గుర్తుకోసం వాటి నడ్డిమీద 1 నుంచి 9 వరకూ అంకెలు వేసి ఉన్నాయి బొమ్మలో వేసినట్లుగా. (మన ఆటకోసం కప్పలకు బదులు అంకెలువేసిన అట్ట బిళ్లలను వాడుకుందాం). ఈ కప్పలలో ప్రతి ఒక్కటీ మరొక కప్పమీదుగా అడ్డంగా గానీ, నిలువుగాగానీ, ఏటవాలుగాగానీ ఎగిరి, అవతల ఉన్న ఖాళీ గదిలో వాలగలదు.

ఏ కప్పమీదుగా ఎగిరిందో దానిని ఆటలోంచి తీసెయ్యాలి.



ఇప్పుడు సమస్య ఏమిటంటే బల్లమీద ఉన్న తొమ్మిది కప్పలలో నుంచి ఎనిమిది కప్పలను ఆటలో నుంచి తీసెయ్యగలగాలి. ఆఖరి కప్ప మధ్యగదిలో మిగిలిపోవాలి. దీనిని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో సాధించాలి.

ఉదాహరణకి ఈ క్రింది విధంగా ఎత్తులు వేయవచ్చు.
1 మీదనుంచి 4 ; 9 మీదనుంచి 5 ; 6 మీదనుంచి 3 ;
3 మీదనుంచి 5 ; 5 మీదనుంచి, 2 మీదనుంచి 7 ;
7 మీదనుంచి 4 ; 4 మీదనుంచి 8 కానీ, ఆఖరి కప్ప మధ్య గడిలో

ఉండదు. గంతువేయబడిన కప్పను ఆటలోంచి తీసెయ్యడం మరిచిపోకండి. ఒకే కప్ప వరుసగా ఎన్నిటి మీంచి దూకినా ఒకే ఎత్తు కింద లెక్క.

182. ఎన్ని గుర్రాలు

గుర్రపు స్వారీలో తరిఫీదు ఇచ్చే ఒకానొక ఆసామీని "మీ దగ్గర ఎన్ని గుర్రాలున్నాయి?" అని అడిగేడు స్వారీ నేర్చుకోవడానికి వచ్చిన ఒక యూనివర్సిటీ విద్యార్థి.

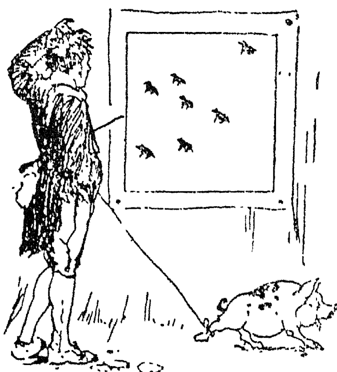
"నా దగ్గర ఉన్న గుర్రాల సంఖ్యని రెండు భాగాలు చేస్తే ఆ రెండు సంఖ్యల భేదం ఆ సంఖ్యల వర్గముల భేదానికి సమానం" అన్నాడు ఆ ఆసామీ.

అతడికి గణితంలో రవ్వంత ప్రవేశం ఉందని ఎరగని ఆ విద్యార్థి ఆ జవాబు విని ముందర ఆశ్చర్యపడి, తరవాత ఆలోచనలో పడ్డాడు.

ఇంతకీ అతడి దగ్గర ఎన్ని గుర్రాలు ఉన్నాయో మీకేమైనా తెలిసిందా?

183. పందుల కొట్టం

ఒకడి దగ్గర 7 పందులున్నాయి. బొమ్మలో చూపినట్లుగా అవి తరుచు పోట్లాడుకుంటూ ఉండడం చేత తన దగ్గర ఉన్న మూడు చిన్నని దడులు ఉపయోగించి, ఆ ఏడింటినీ వేరువేరు చెయ్యాలని అతడి ఉద్దేశం.



ఆ పని ఎలా సాధ్యమో మీరు సలహా ఇవ్వగలరా?

184. నాలుగు సార్లు ఏడు

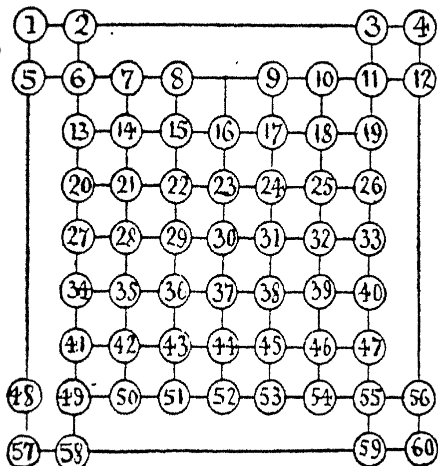
(5 + 5) X (5 + 5) == 100

ఇదేవిధంగా నాలుగు ఏడులు ఉపయోగించి 100 కి సమానం అయేటట్లు చెయ్యగలవా ?

185. చెట్లు పాతడం

రిటైరు అయిన మిలిటరీ ఆఫీసరు ఒకడు కొత్తగా కొన్న తన పెరట్లో 21 రకాల పళ్లచెట్లను వరుసకి 5 చొప్పున 12 వరుసలలో పాతాలనుకున్నాడు. ఇది ఎలా సాధ్యమో ఊహించగలరా ?

186. పొట్టేళ్ల యుద్ధం



ఈ బొమ్మలో చూపినట్లుగా అడ్డంగానూ నిలువుగానూ సరళరేఖలూ, ఆ రేఖలు ఖండించుకున్న 60 చోట్ల సున్నలు గీయాలి. గుర్తుకోసం ఈ సున్నలలో 1 నుంచి 60 వరకూ అంకెలు వేద్దాం. సంక్రాంతి పండుగకి పొట్టేళ్ల యుద్ధం చూశారో లేదో కానీ, దానిని తలపింపచేసే ఆట ఇది. పొట్టేళ్లకి బదులు గవ్వ ఒకడూ, చింతగింజ మరొకడూ తీసుకుని, ఒకరినొకరు ఢీడిక్కీ కొట్టుకోడానికి, ప్రతిపక్షిని కదలనివ్వకుండా చేసి చంపడానికీ ప్రయత్నం చేసే ఆట ఇది.

ఆట మొదట్లో గవ్వని ఒకడు 55 వ గడిలోనూ, రెండవ ఆటగాడు చింతగింజని 6 వ గడిలోనూ ఉంచి, ఒకరి తరవాత ఒకరు ఎత్తులు వెయ్యాలి. కాయను ఆ గీతమీద ఉన్న ఏదో ఒకగడిలోకి కదుపవచ్చు. కాయలు చదరంగంలో ఏనుగుల్లాగ నడుస్తాయి అడ్డంగాన్నూ, నిలువుగానూ. కానీ, ఒక తేడా ఉంది. ప్రతిపక్షి కాస్తున్న వరుసలో నిలిచినా లేదా ఆ వరుసను దాటి ఎదరకు వెళ్లినా సరే ఆట ఓడినట్లే లెక్క ; ప్రతిపక్షి నీ కాయను పట్టెయ్యగలడు.

ఉదాహరణకి ఆట ఈ విధంగా సాగవచ్చు.

1 మొదటివాడు తనకాయను 55 నుంచి 52 కి కదిపేడు. రెండవవాడు తన కాయను 6 నుంచి 13 కి జరిపేడు.

2	మొదటివాడు	52	నుంచి	23	కి	
	రెండవవాడు	13	నుంచి	15	కి	
3	మొదటివాడు	23	నుంచి	26	కి	
	రెండవవాడు	15	నుంచి	13	కి	
4	మొదటివాడు	26	నుంచి	21	కి	
	రెండవవాడు	13	నుంచి	2	కి	
5	మొదటివాడు	21	నుంచి	7	కి	
	రెండవవాడు	2	నుంచి	3	కి	
6	మొదటివాడు	7	నుంచి	6	కి	
	రెండవవాడు	3	నుంచి	4	కి	వెళ్ళితీరాలి.
7	మొదటివాడు	6	నుంచి	11	కి	

రెండవవాడు కాయను ఎలా కదిపినా దొరికిపోతాడు.
మొదటివాడు నెగ్గుతాడు.

ఈ ఆటలో విధిగా ఎవడు ఎన్ని ఎత్తులలో నెగ్గుతాడో చెప్పగలరా ?

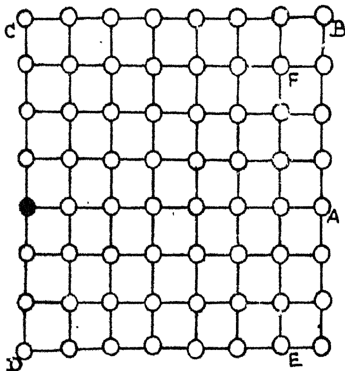
187. రెండు సింహాలు



ఒక ఇల్లాలి దగ్గర బొమ్మలో చూపినట్లుగా రెండు సింహాలు ఉన్న టేబుల్ క్లాత్ ఉంది. దీనిని నాలుగు ముక్కలుగా కత్తిరించి, వాటిని మళ్లీ అమర్చి రెండు వేరువేరు చదరాలను తయారు చెయ్యాలనీ, ప్రతిచదరం మీద ఒక్కొక్క పూర్తి సింహం బొమ్మ ఉండాలనీ, వాటిని రెండు చదరపు బల్లల మీద పరవాలనీ ఆమె కోరిక. ఇది ఎలా సాధ్యమో చూపించగలరా ?

188. పదిహేను మలుపులు

ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లు వరసకి 8 చొప్పున 8 వరుసలలో 64 శివలింగా లున్నాయి. వాటి మధ్య ఎడం ఒక్కొక్క మైలు. వాటి మధ్య గీతలు దారులు. ఒక భక్తుడు నల్ల చుక్క ఉన్నచోట బయలుదేరి, ఆ దారుల గుండా ప్రయాణంచేస్తూ, వెళ్లినదారిలో మళ్లీ వెళ్ళకుండా, (చదరంగంలో ఏనుగు నడకలతో) 15 మలుపులు మాత్రమే తిరిగి, శివలింగాలను దర్శించుకుంటూ, సాధ్యమైనంత ఎక్కువ దూరం ప్రయాణం చెయ్యాలని నిశ్చయించుకుని బయలుదేరేడు. ఏయే దారులు పట్టి వెడితే అతడి ఆశయం సిద్ధిస్తుందో మీరు సలహా ఇవ్వగలరా ?

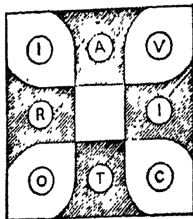


ఉదాహరణకి : నల్లచుక్క నుంచి తిన్నగా A వరకూ వెళ్ళి, మలుపు తిరిగి B వరకూ వెళ్ళి, మలుపు తిరిగి C వరకూ వెళ్లి, అక్కడినుంచి D వరకూ, అక్కడి నుంచి E వరకూ, తరవాత F వరకూ........ఇల్లాగ ఐదు మలుపులలో 37 మైళ్ళు వెళ్ళగలడు.

15 మలుపులలో అతడు ప్రయాణం చేయగల అత్యధికదూరం ఎంత !

189. విక్టోరియా క్రాస్

చదరంగబల్లలో లాగ నలుపు తెలుపు రంగులలో 3 X 3 గళ్ల చదరాన్ని బొమ్మలో చూడవచ్చు. V, I, C, T, O, R, I, A అనే అక్షరాలు గల ఎనిమిది బిళ్లలు బొమ్మలో చూపినట్లుగా అమర్చి ఉన్నాయి. మధ్యలో ఒక గడి కాళీగా ఉంది.



తెలుపు గడిలో ఉన్న బిళ్లను కాళీగా ఉన్న పక్క నలుపుగడిలోకి, నలుపుగడిలో ఉన్న బిళ్లను కాళీగా ఉన్న పక్క తెలుపుగడిలోకి జరపవచ్చు. ఏక సమయంలో రెండు బిళ్లలు ఒకే గడిలో ఉండరాదు.

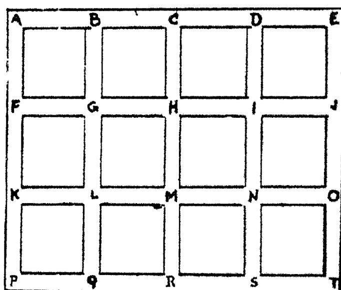
ఈ నియమాలను పాటిస్తూ V అనే అక్షరం నలుపుగడిలో ఉండి, VICTORIA అనేమాట ఇదే దిశ (గడియారపు ముళ్ళు కదిలేదిశ)లో ఏర్పడేటట్లు చెయ్యాలి. దీనిని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో సాధించాలి.

190. వృత్తంనుంచి నక్షత్రం

కాగితం మీద నీకు తోచిన సైజులో వృత్తం ఒకటి గీసి, దానిని జాగ్రత్తగా కత్తిరించు పరిధి వెంబడి. ఈ గుండ్రని కాగితంబిళ్లను కత్తెరతో ఒకే ఒక సరళరేఖలో కత్తిరించి, ఐదుకోణాల నక్షత్రం తయారుచేయగలవా ?

191. గని పర్యవేక్షణ

ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లు నాలుగు అడ్డసొరంగాలు, నాలుగు నిలువుసొరంగాలూ గల బొగ్గు గని ఒకటి ఉంది. ఆ సొరంగాలు కలిసిన మొగలకు A, B, C, D..... T అని పేర్లు పెడదాం. A నుంచి B కి, B నుంచి C కి...... దూరం ఒక్కొక్క ఫర్లాంగు. ఆ గనిలో ప్రవేశించడానికి A దగ్గర పైనుంచి కిందికి " షాఫ్టు", అందులో " లిఫ్టు " ఉన్నాయి.

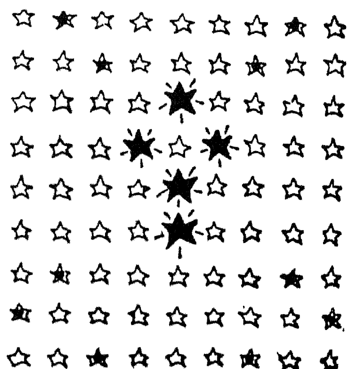


ఈ గనిని పర్యవేక్షించవలసిన ఇనస్పెక్టరు లిఫ్టుద్వారా A దగ్గర గనిలో ప్రవేశించి, 31 సొరంగాల గుండా నడిచి వెళ్లాలి. అంటే అతడు మొత్తం ఎంత దూరం నడువవలసి ఉంటుందో తెలుసా ?

ఏముందీ? 31 సొరంగాల మొత్తం పొడవు 31 ఫర్లాంగులు కనుక అతడు నడువవలసిన దూరం 31 ఫర్లాంగులేకదా అంటారేమో. కానీ, నడిచినదారి వెంబడే మళ్లీ మరికొన్ని చోట్ల నడవకతప్పదుకదా? కనుక, అతడు నడువవలసిన, అత్యల్పదూరం ఎంతో, ఆ దారి ఏదో ఊహించగలరా ?

192. ఐదు గ్రహాలు

ఇక్కడి బొమ్మలోని 9 X 9 గళ్లలో 81 నక్షత్రాలు ఉన్నాయి. ఇవికాక ఐదుగ్రహాలు (నల్లని చుక్కలు) కూడా ఉన్నాయి. వీటి వెనుక 5 నక్షత్రాలు మూతబడి ఉన్నాయి. ఈ స్థితిలో మధ్యలో నల్ల మచ్చలుగల పది నక్షత్రాలూ కాక మిగిలిన 71 నక్షత్రాలలో ప్రతిఒక్కటీ ఈ ఐదు గ్రహాలలో కనీసం ఒక్క దానితోనైనా అడ్డంగాగాని, నిలువుగాగానీ, ఏటవాలుగాగాని ఒకే సరళరేఖలో ఉన్నాయి.

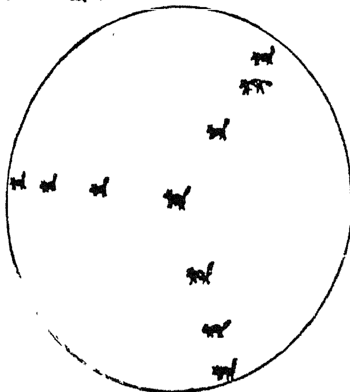


ఇప్పుడు సమస్య ఏమిటంటే ఈ ఐదుగ్రహాల స్థానాలనూ మరో ఐదు నక్షత్రాలను మూసేటట్లుగా మార్చి, మొత్తం 81 నక్షత్రాలూ ఈ ఐదుగ్రహాలలో కనీసం ఒక్కదానితోనైనా అడ్డంగాగానీ, నిలువుగాగానీ, ఏటవాలుగాగానీ ఒకే సరళరేఖలో ఉండేటట్లు చెయ్యాలి.

193. మంత్రగాడి పిల్లులు

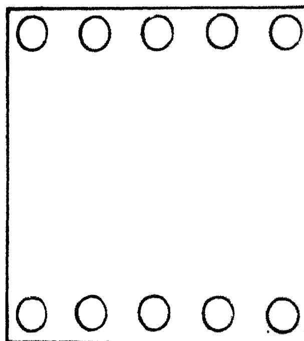
ఒక మంత్రగాడి దగ్గర పది నల్లపిల్లులున్నాయి. పనిలేనప్పుడు వాటిని గుండ్రని గాదెలో వదిలి పెట్టేవాడు. అవి ఆ గాదెలోకి వచ్చిన ఎలుకల్ని పట్టి తింటూ ఉండేవి. కాని ఏ ఎలుక ఎవరిదన్న విషయంలో వాటిలో వాటికి తరుచు కీచులాటలు జరుగుతూ ఉండేవి. ఆ గోలకి విసుగెత్తి మంత్రగాడు కోప్పడితే ఆ పదిపిల్లులూ ఈ బొమ్మలో చూపినట్లు సర్దుకుని, ఏమీ ఎరగనట్లు గమ్మున ఉండిపోయేవి.

యజమాని కనుమరుగు అవగానే మళ్లీ దెబ్బలాడుకునేవి. వాటి గోలకి విసుగెత్తిన మంత్రగాడు తన మంత్రదండంతో ఆ గాదెలో మూడు సరిసమానమైన వృత్తాలు చుట్టి, గాదెను పది భాగాలుగా విభజించాడు ఒక్కొక్క భాగం ఒక్కొక్క పిల్లికి వచ్చేటట్లు ; ఈ విభజనవల్ల ఆ పిల్లులకు స్వస్థానభంగమూ కలుగలేదు. అప్పటి నుంచీ తమతమ గదులలోకి వచ్చిన ఎలుకలనే పట్టితింటూ, దెబ్బలాటలు లేకుండా ఆ పిల్లులు సుఖంగా కాలక్షేపం చేయసాగాయి.



ఈ బొమ్మలోని పిల్లులకు తగలకుండా పదిపిల్లులకూ పది గదులు వచ్చేటట్లు ఆ మంత్రగాడు మూడు సున్నలనూ ఎలా గీశాడో ఊహించగలరా ?

194. పదిగింజలు



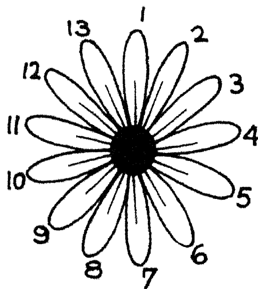
చదరపు అట్టమీద బొమ్మలో చూపినట్లు ఉత్తరపుటంచున ఐదు, దక్షిణపుటంచున ఐదు చింతగింజలు ఉంచు. ఇందులో నుంచి ఏవైనా సరే నాలుగు గింజల స్థానాలను మార్చి (మిగిలిన గింజలను కదుపకుండా) వరుసకి 4 గింజలచొప్పున 5 వరుసలు తయారు చేయగలరా ?

195. గడ్డి చేమంతి పువ్వు

ఒక రకం గడ్డి చేమంతిపువ్వులున్నాయి. వాటికి పొడుగుపాటి తొడిమ, సరిగ్గా 13 రేకులూ ఉంటాయి. స్విట్జర్లండులో ఈ పువ్వులతో చిత్రమైన ఆట ఒకటి ఆడుతూ ఉంటారు.

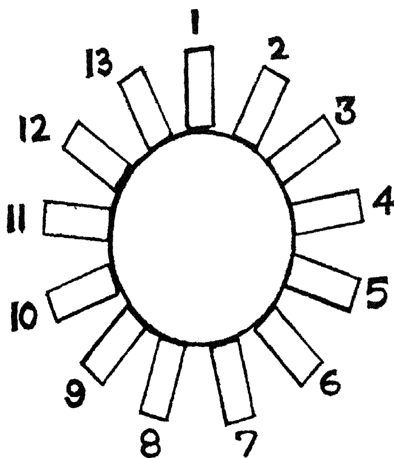
ఈ ఆటను ఇద్దరు ఆడతారు. ఒకడు ఈ పువ్వు నుంచి ఒక రేకునుగానీ,





పక్కనున్న రెండు రేకుల్నిగానీ పీకి కిందపడేస్తాడు. తరవాత రెండో వాడు ఆ పువ్వు నుంచి ఒకటిగానీ, పక్కనున్న రెండు రేకుల్నిగానీ పీకి కిందపడేస్తాడు. తరవాత మొదటివాడు, తరవాత రెండవవాడు...... ఇలాగ పీకుతూపోతారు. ఆఖరిరేకు పీకినవాడు నెగ్గుతాడు. ఓడిపోయిన వాడికి కురూపి పెళ్ళాం వస్తుంది (లేక పిసినిగొట్టు మొగుడు వస్తాడు).

మన దేశంలో కూడా ఇటువంటి పువ్వులున్నాయి. కానీ, అవి అన్నిచోట్లా దొరకవు. కనుక దానికి ప్రత్యామ్నాయంగా నేలమీద ఒక సున్న చుట్టి, దాని చుట్టూ 13 పేకముక్కలు ఉంచి, వాటినే రేకులుగా ఊహించుకుని ఈ ఆట ఆడవచ్చు.



ఈ ఆటలో జయాపజయాలు దైవాధీనములేనా? లేక ఆలోచనకు తావుందా?

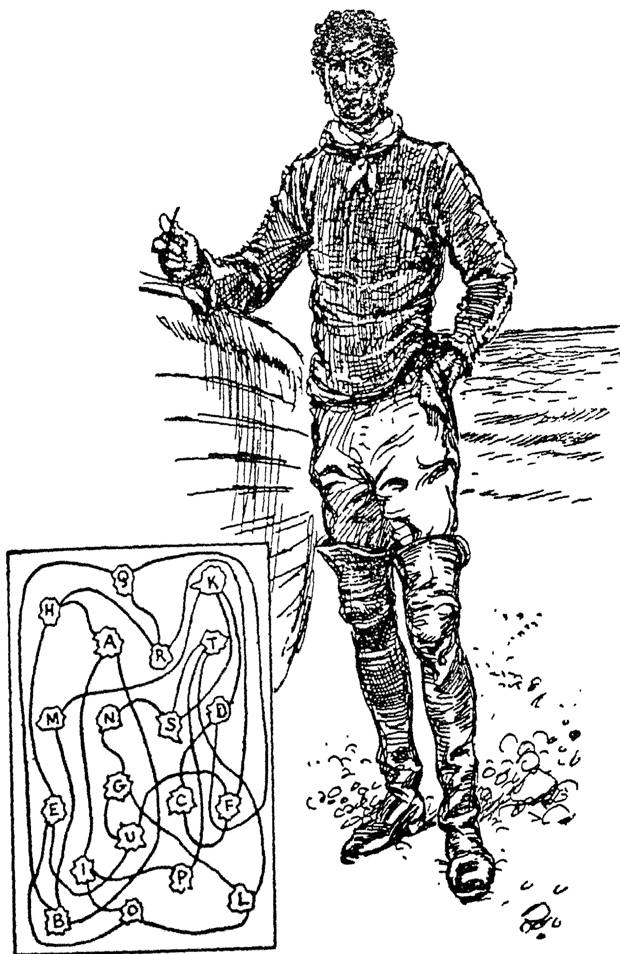
196. పసిఫిక్ దీవులు

పసిఫిక్ మహాసముద్రంలో 20 చిన్న చిన్నదీవుల గుంపు ఒకటి ఉంది. వాటిని A, B, C, D....... అనే అక్షరాలతో సూచిద్దాం. ఒక నావికుడు చిన్న పడవ మీద సరుకు వేసుకుని A దగ్గర బయలుదేరి, అన్ని దీవులనూ ఒక్కొక్కసారి దర్శించి, వ్యాపారం కొనసాగించి, మళ్లీ బయలుదేరిన A దీవిని చేరుకునేవాడు.

అతడు ప్రయాణం చేసే నౌకామార్గాలను బొమ్మలో గీతలతో చూపించాను. అన్నట్లు వ్యాపార కారణాలవల్ల C అనే దీవికి వెళ్లడం సాధ్యమైనంత చివరికి నెట్టేసేవాడు.

ఇప్పుడు చేయవలసిన దేమిటంటే అతడు ప్రయాణం చేసే మార్గాన్ని– అంటే వరసగా ఏ దీవి తరవాత ఏ దీవిని చూసుకుంటూ వెళ్లేవాడో– కనుక్కోవాలి. దీనిని అసందిగ్ధంగా గుర్తించవచ్చు.

ఈ బొమ్మని వేరే కాగితంమీద ట్రేస్ తీసుకుని, A దగ్గర మొదలుపెట్టి, దారిని రంగుపెన్సిలుతో గీస్తూ, చూసిన దీవుల పేర్లను వ్రాసుకుంటూ పోవచ్చు. ఉదాహరణకి : A - I - O - L - G .... ఇలా చేస్తే ఏ దీవినైనా వదిలేశావేమో, లేక ఒకే దీవిని రెండు సార్లు దర్శించావేమో సులభంగా తెలిసిపోతుంది. అన్నట్లు దారులు ఖండించుకోవడాన్ని పట్టించుకోనక్కరలేదు. కానీ ప్రయాణం చేస్తున్న మార్గాన్ని విడువకుండా దీవి వచ్చేదాకా ఎదరకు సాగిపోవాలేగాని, దారులు ఖండించుకున్న



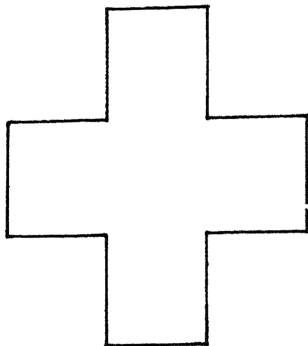
చోట దారి మళ్లకూడదు. ఈ సమస్యలో ఇటువంటి చిట్కాలేమీలేవు. చిన్నతనం నుంచీ ప్రయాణం చేస్తూ ఉండడంచేత ఆ నావికుడికి తన దారి కొట్టిన పిండే; మరి మీరు గుర్తించగలరా?

197. దీర్ఘ చతురస్రం నుంచి చతురస్రం

(a) ఒక అంగుళం వెడల్పు, 5 అంగుళాలు పొడవుగల దీర్ఘచతురస్రాకారపు కాగితాన్ని తీసుకుని, దీనిని 5 ముక్కలుగా కత్తిరించి, ఈ ముక్కలన్నిటినీ అమర్చి, ఒక చతురస్రాన్ని తయారుచేయగలవా ?

(b) అదే దీర్ఘచతురస్రాన్ని నాలుగు ముక్కలుగా కత్తిరించి, ఆ ముక్కలతో చదరాన్ని నిర్మించగలవా ?

198. గ్రీకు సిలువ నుంచి చదరం



ఒక చదరం గీసి, దాని నాలుగు భుజముల మీదా ఒక్కొక్క చదరాన్ని నిలువబెడితే ఏర్పడే– ఈ బొమ్మలోని ఆకారానికి " గ్రీకు సిలువ " (GREEK CROSS) అని పేరు.

దీనిని కత్తిరించి, ఆ ముక్కలను కలిపి, చదరాన్ని నిర్మించడం ఎలాగ?

199. ఎంత భాగం

3/4 కి ఎంత భాగం కలిపితే 4/4 అవుతుంది ?

200. ఏది దారి ?

ఒక తాలూకాలో 12 గ్రామాలున్నాయి. ఈ బొమ్మలో గ్రామాలను సున్నలతోనూ, వాటిని కలుపుతున్న రోడ్లను గీతలతోనూ సూచించాను. ఆ గ్రామాల పేర్లు ఇవీ : ఓగిరాల — యార్లగడ్డ — నల్లమల — దగ్గుపల్లి —
కాటవరం — వల్లూరు — రత్తిపాడు — ధర్మవరం —
శనగపాడు — గణపవరం — తగరంపూడి — దేవలూరు —

ఈ గ్రామాల పేర్ల మొదటి అక్షరాలనే ఈ సున్నలలో చూపించాను. ఈ పన్నెండు ఊళ్లల్లోనూ 9-10 శతాబ్దాలనాటి రామాలయాలు ఒక్కొక్కటి చొప్పున ఉన్నాయి. వాటి శిల్పకళా ప్రాశస్త్యాన్ని పరిశీలించి, థీసిస్సు రాయాలని ఒక పరిశో

ధకుడు సైకిలు మీద ఓగిరాలలో బయలుదేరేడు. వెళ్లిన ఊరికి మళ్లీ వెళ్లకుండా ఆ పన్నెండు ఊళ్లూ దర్శించి, చిట్టచివరకి దేవలూరు చేరుకోవాలని అతడి ఆశయం.

ఏ మార్గంలో ప్రయాణం చేస్తే ఇది సాధ్యపడుతుందా అని ఆ తాలుకా రోడ్లప్లాను దగ్గర పెట్టుకుని, గడ్డంకింద చెయ్యిచోటు పెట్టుకుని, ఆలోచిస్తున్న ఆ పరిశోధకుడికి మీరు సరియైన దారి చూపించి పుణ్యం కట్టుకోకూడదూ ?

జవాబులు

జవాబులు

1. నమూనా బరువు అసలు ఐఫెల్ టవర్ బరువుకన్న 80 లక్షలరెట్లు తక్కువ ఉండాలి కనుక దాని ఎత్తు కూడా 80 లక్షలరెట్లు తక్కువగా వుంటుందని ఊహిస్తే పప్పులో అడుగేసినట్లే. నమూనా ఘనపరిమాణం 80 లక్షలరెట్లు తక్కువ ఉండాలని గుర్తుంచుకోవాలి. ఆకారసామ్యం ఉన్న రెండు వస్తువుల ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తి వాటి ఎత్తుల ఘనముల నిష్పత్తికి సమానంగా ఉంటుంది.

అంటే

$$\frac{(\text{నమూనాఎత్తు})^3}{(\text{అసలుస్తంభం ఎత్తు})^3} = \frac{\text{నమూనా ఘనపరిమాణం}}{\text{అసలు స్తంభం ఘనపరిమాణం}}$$

$$= \frac{\text{నమూనా బరువు}}{\text{అసలు స్తంభం బరువు}} = \frac{1}{80,00,000}$$

కనుక,

$$\frac{\text{నమూనాఎత్తు}}{\text{అసలుస్తంభంఎత్తు}} = \left[\frac{1}{80,00,000}\right]^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{200}$$

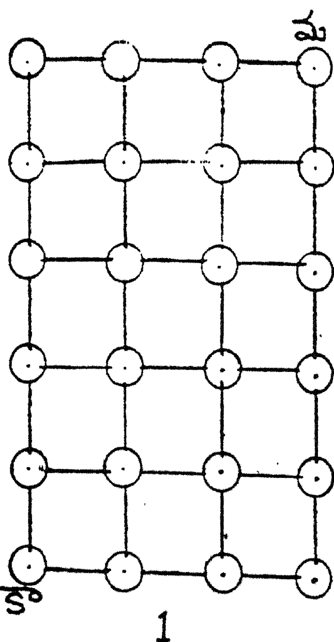
అసలు స్తంభంఎత్తు 300 మీటర్లు కనుక, నమూనాఎత్తు

$$= \frac{300}{200} = 1\frac{1}{2} \text{ మీటర్లు}$$

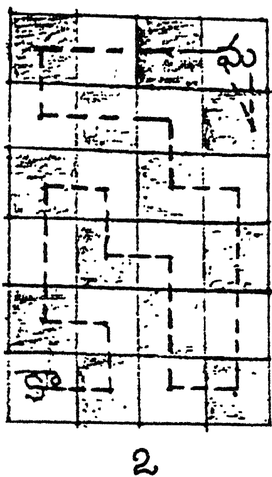
2. ఇటువంటి సమస్య ఇచ్చినప్పుడు మొట్టమొదటగా దానిని సాధ్యమైనంత వరకూ సూక్ష్మీకరించాలి. ఇచ్చిన బొమ్మలో వంకర టింకరగా ఉన్న రైలు మార్గాలను 1 వ బొమ్మలో చూపించినట్లు వ్రాస్తే సమస్యలో మార్పేమీ ఉండదు. దీనిని ఇంకా సూక్ష్మీకరించి 2 వ బొమ్మను తయారుచేయవచ్చు. ఇది చదరంగపు బల్లలో కొంతభాగం. ప్రయాణం చేయవలసినది ఏనుగు నడకలో. అంటే కుడికి, ఎడమకి, పైకి, కిందికి ప్రయాణం చేయవచ్చు కాని ఏటవాలుగా నడవకూడదు. ఈ నియమాన్ని అనుసరిస్తూ "మ" దగ్గర మొదలుపెట్టి, అన్ని గదులలోకి ఒక్కసారి మాత్రమే ప్రవేశించి, చివరకి "కా" దగ్గరకు రావాలి. ఇదీ సమస్య. ఇది సాధ్యం అవుతుందేమో చూద్దాం.

బయలుదేరిన గది తెల్లనిది. ఇక్కడి నుంచి మొదట ప్రవేశించేగది (లేదా ఊరు) నల్లనిది, రెండవది తెల్లనిది, మూడవది నల్లనిది, నాలుగవది తెల్లనిది ...... అంటే బేసిసంఖ్య గదులన్నీ నల్లనివీ, సరిసంఖ్య గదులన్నీ తెల్లనివీనూ.

వెళ్లవలసిన ఊళ్లు (గదులు) 23 ఉన్నాయి. ఇది బేసి సంఖ్య. కనుక ఆఖరి (23 వ) గది నల్లనిది అయి ఉండాలి. కానీ కాశీ అనబడే 23 వ ఊరు తెల్లగదిలో ఉంది. అంటే ఈ ప్రయాణం అసాధ్యమన్న మాటేకదా? కానీ



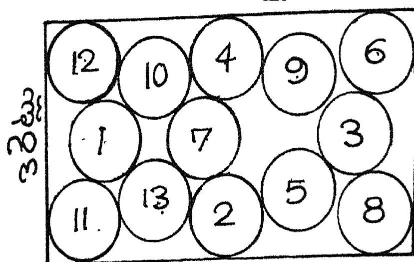
1



2

అతడు "మొత్తం మీద సాధించగలిగేడు" అని కదా చెప్పేరు? అంటే ఇచ్చిన నియమాలలో ఎక్కడో ఏదో "మెలిక" ఉంది అన్నమాట. ఒకసారి ప్రవేశించిన ఊళ్లోకి మరోసారి ప్రవేశించకూడదని నియమం. అతడు "మ" అనే ఊళ్లో పుట్టి, అక్కడి నుంచి ఇంతవరకూ ఎక్కడికీ వెళ్లలేదని చెప్పేరు. కనుక "మ" అనే తన ఊళ్లోకి అతడు ఒకసారి ప్రవేశించే హక్కు ఉంది. ఇందువల్ల నియమభంగం కాదు. కనుక "మ" నుంచి కిందినున్న నల్లగదిలోకి వెళ్లి, అక్కడి నుంచి "మ" అనే గదిలోకి ప్రవేశించవచ్చు. ఇంక చూడవలసిన గదులు 22 మాత్రమే. ఇది సరిసంఖ్య. కనుక 22 వది తెల్లగది అయి వుండాలి. కనుక సాధ్యమే. ఆ దారిని 2 వ బొమ్మలో చూపించాము.

3. ఈ బొమ్మలో చూపినట్లు 13 పావలాలను పెట్టవచ్చు.



4.

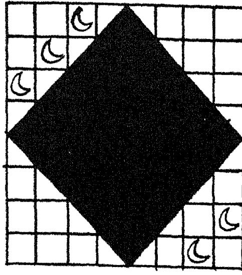
A_1	B_2	C_3	D_4	E_5	F_6	G_7
F_4	G_5	A_6	B_7	C_1	D_2	E_3
D_7	E_1	F_2	G_3	A_4	B_5	C_6
B_3	C_4	D_5	E_6	F_7	G_1	A_2
G_6	A_7	B_1	C_2	D_3	E_4	F_5
E_2	F_3	G_4	A_5	B_6	C_7	D_1
C_5	D_6	E_7	F_1	G_2	A_3	B_4

5. మంత్రికొడుకు, సేనానికొడుకు 31 వ స్థానము, 16 వ స్థానమూ ఆక్రమించాలి.

6.

(1)	6 4	7 1	8 2	5 3	(7)	4 7	5 2	6 1	3 8
(2)	4 1	5 8	2 7	3 6	(8)	4 1	5 8	6 3	7 2
(3)	4 2	5 8	61	3 7	(9)	4 2	7 3	6 8	1 5
(4)	4 2	7 3	6 8	5 1	(10)	4 2	7 5	1 8	6 3
(5)	4 2	8 5	7 1	3 6	(11)	4 2	8 6	1 3	5 7
(6)	4 6	1 5	2 8	3 7	(12)	4 8	1 5	7 2	6 3

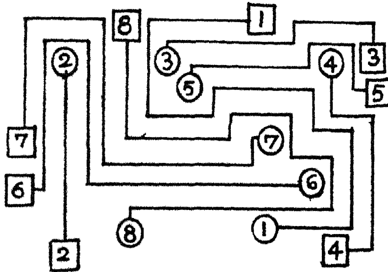
7. సమస్యలోని నియమాలన్నిటినీ పాటిస్తూ చంద్రవంకలను అమర్చి, వాటిని ముయ్యకుండా పరవగల అన్నిటికన్న పెద్ద శివాషీని బొమ్మలో చూపించాము. ఇది మంటపంలో సరిగ్గా సగభాగం ఆక్రమిస్తుంది.



8. ఇది చాలా సులభమైన లెక్క. నోటిని చేయమంటే చాలామంది తప్పులు చేస్తారు.

మొదటి గ్లాసులోని పాలు గిన్నెలోని మొత్తం మిశ్రమంలో $\frac{1}{6}$ వ వంతు; రెండవ గ్లాసులోని పాలు మొత్తం మిశ్రమంలో $\frac{2}{9}$ వ వంతు. ఈ రెండూ కూడితే $\frac{7}{18}$ వ వంతు పాలు, $\frac{11}{18}$ వ వంతు నీళ్లు అని తెలుస్తుంది.

9.



10.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
			మ	ఆ	మ	ఆ	మ	ఆ	మ	ఆ	మొట్ట మొదట
	ఆ	మ	మ	ఆ			మ	ఆ	మ	ఆ	1వ ఎత్తు
	ఆ	మ	మ	ఆ	మ	ఆ	మ			ఆ	2వ ఎత్తు
	ఆ	మ	మ	ఆ	మ			మ	ఆ	ఆ	3వ ఎత్తు
	ఆ			ఆ	మ	మ	మ	మ	ఆ	ఆ	4వ ఎత్తు
	ఆ	ఆ	ఆ	ఆ	మ	మ	మ	మ			5వ ఎత్తు

9, 10 కుర్చీలలోని జంటను తప్ప మరి ఏ జంటతోనైనా సరే మొదలుపెట్టి, ఈ సమస్యను ఇంకా అనేక విధాలుగా సాధించవచ్చు.

11. దీనిని 44 ఎత్తులలో ఈ క్రింది విధంగా సాధించవచ్చు.

12 ; 1 ; 3 ; 2 ; 12 ; 11 ; 1 ; 3 ; 2 ; (5, 7, 9, 10, 8, 6, 4) ;

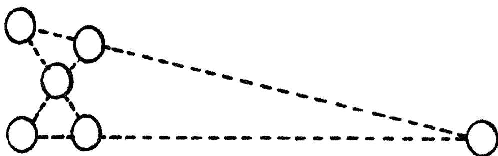
(5, 7, 9, 10, 8, 6, 4) ; (5, 7, 9, 10, 8, 6, 4) ; (5, 7, 9, 10, 8, 6, 4) ;

3 ; 2 ; 12 ; 11 ; 2 ; 1 ; 2 ;

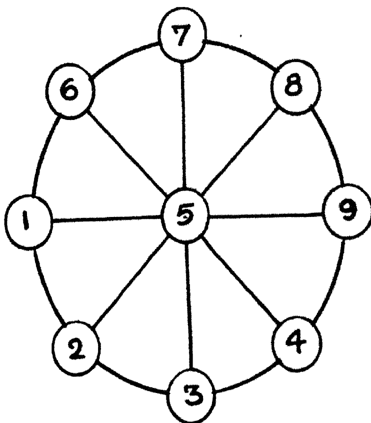
12. 3 : 1 నిష్పత్తిలో కలిపేదు.

13. 25 రూపాయలు.

14.



15.



16. ఒక చాకొలెట్టు ఖరీదు x పైసలు అనుకుందాం. కనుక ఆమె x చాకొలెట్లు కొని ఉండాలి.

తలపిన్నుల సంఖ్య $4x$; ఒక్కొక్క తలపిన్ను ఖరీదు కూడా $4x$ పైసలు. గాజులసంఖ్య $8x$; ఒక్కొక్క గాజు ఖరీదు కూడా $8x$ పైసలు.

కనుక మొత్తం ఖరీదు $= x^2 + (4x)^2 + (8x)^2 = 81x^2$ పైసలు.

x విలువ పూర్ణసంఖ్య అయివుండాలి; భిన్నాంకం కారాదు. కనిక x కి 1, 2, 3, 4 .... అని వేరువేరు విలువలు ఇచ్చి, ఏది సరిగ్గా నప్పుతుందో పరిశీలిద్దాం.

$x = 1$ అయితే, $81x^2 = 81$ పైసలు

$x = 2$ అయితే, $81x^2 = 324$ పైసలు

$x = 3$ అయితే, $81x^2 = 729$ పైసలు

$x = 4$ అయితే, $81x^2 = 1296$ పైసలు

x విలువ 1 కానీ, 2 కానీ అయి ఉండదు, ఎందుచేతనంటే అప్పుడు మొత్తం వస్తువులధర 5 రూపాయలకు లోపే కనుక, రెండు 5 రూపాయల నోట్లు ఇవ్వవలసిన పని ఉండదు; ఒక్కనోటు ఇస్తే సరిపోతుంది.

x విలువ 4 గానీ, అంతకన్న ఎక్కువగానీ అయి ఉండడానికి కూడా వీలు లేదు; ఏమంటే అప్పుడు మొత్తం విలువ 10 రూపాయలు దాటుతుంది.

కనుక $x = 3$ అయితీరాలి.

కనుక చాకొలెట్లు = 3

తలపిన్నులు = 12

గాజులు = 24

వాటి మొత్తం ధర = రూ. 7.29

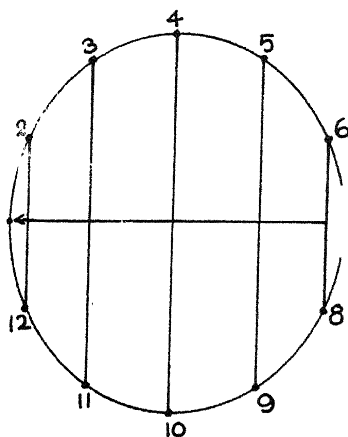
తిరిగి తీసుకున్న చిల్లర = రూ. 2.71

17. ఆసు - రాణి - 2 - 8 - 3 - జాకీ - 4- 9 - 5 - రాజు - 6 - 10 - 7

ఈ వరుసలో పేకముక్కలను ముందుగా అమర్చుకోవాలి.

18. పన్నెండు మందిని 11 రకాలుగా వేరువేరు జంటలుగా విడదీసే సులభ పద్ధతి ఒకటి ఉంది.

ఒక వృత్తం గీసి, దానిని 12 సమ భాగాలుగా విభజించు. ఆ బిందువులకు 1, 2, 3 ...... 12 అని పేర్లు పెట్టు. బొమ్మలో చూపినట్లు (1-7), (2-12), (3-11), (4-10), (5-9), (6-8) కలుపుతూ సరళ



రేఖలు గియ్యి. ఇవి మొదటి రోజున ఏర్పడ్డ జంటలు అనుకుందాం.

ఈ బొమ్మలో బాణపు గుర్తు 1 వైపు సూచిస్తోంది. వృత్తం లోపల గీసిన ఈ గీతలన్నీ ఒక చట్రంలో బిగించినట్లుగా ఊహించుకుని, వృత్తాన్ని స్థిరంగా ఉంచి ఈ చట్రాన్ని 30^o పక్కకు సవ్యదిశలో తిప్పి, బాణపు ములికి 2 వైపు తిరిగి ఉండేటట్లు చెయ్యి. ఇప్పుడు ఈ ఆరు గీతల చివరల ఉన్న అంకెలే రెండవనాడు ఏర్పడవలసిన జంటలు. అంటే (2-8), (3-1), (4-12), (5-11), (6-10), (7-9) అనే జంటలు ఏర్పడుతాయి.

మూడవరోజున బాణపు ములికి 3 ను సూచించేటట్లుగా గీతల చట్రాన్ని మరో 30^o తిప్పి, కొత్త జంటలను ఇదే విధంగా తయారుచేయాలి.

ఇలాగే 11 రోజులకు పదకొండు వేరువేరు రకాల జంటలను బహుసులభంగా ఏర్పరచవచ్చు.

19. బొమ్మలో 13, 19 గదులు మాత్రమే ఉండవలసిన స్థానాలలో ఉన్నాయి. కనుక వాటిని తప్ప మిగిలిన 22 గదులనూ మార్చాలి. ఈ పనికి 22 ఎత్తులు అవసరం లేదు. ఈ క్రింద చూపినట్లు 17 ఎత్తులలోనే సాధించవచ్చు.
3-1; 2-3 ; 15-4 ; 16-15; 17-7; 20-17; 24-10; 11-24; 12-11; 8-5; 6-8; 21-6; 23-21; 22-23; 14-22; 9-14; 18-9;.

20. ఎటు కూడినా 17 వచ్చే త్రిభుజాలు — 2 ఉన్నాయి.

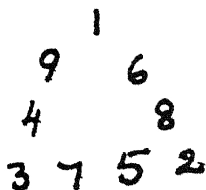
ఎటు కూడినా 19 వచ్చే త్రిభుజాలు — 4 ఉన్నాయి.

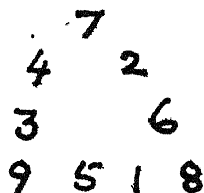
ఎటు కూడినా 20 వచ్చే త్రిభుజాలు — 6 ఉన్నాయి.

ఎటు కూడినా 21 వచ్చే త్రిభుజాలు — 4 ఉన్నాయి.

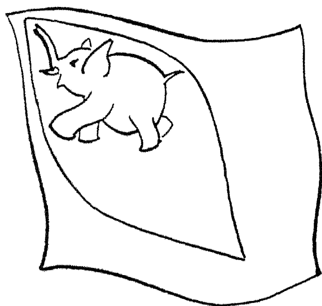
ఎటు కూడినా 23 వచ్చే త్రిభుజాలు — 2 ఉన్నాయి.

ఉదాహరణకి కనిష్ఠ సంఖ్య (17), గరిష్ఠ సంఖ్య (23) వచ్చే త్రిభుజాలను ఒక్కొక్కటి చూపిస్తాను.





21. ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్టు జెండాను రెండు ముక్కలుగా కత్తిరించి, డైమను ఆకారపు ముక్కను తిరగేస్తే ఏనుగు మధ్యలోకి వస్తుంది.



22. ఇటువంటి సమస్యని 'నేతి నేతి మార్గం' (TRIAL AND ERROR) ఉపయోగించి సాధించవచ్చు.

I మాటవరుసకి: సత్తిగాడే హంతకుడనుకుందాం. అప్పుడు అతడి మాటలలో మొదటిదీ, మూడవదీ కూడా అబద్ధాలే అవుతాయి. కానీ, మూడు వాక్యాలలో ఒక్కటి మాత్రమే అబద్ధం అయివుండాలి కనుక, సత్తిగాడు హంతకుడని మనం ఊహించుకోవడమే తప్పు అన్నమాట.

పోతే గంగులు గాని, జోగన్నగాని హంతకుడై ఉండాలి అని తెలుస్తుంది.

II మాటవరుసకి: గంగులే హంతకుడనుకుందాం.

ఇప్పుడు గంగులు మొదటి వాక్యమూ, జోగన్న మూడవ వాక్యమూ అబద్ధములు అవుతాయి.

ప్రతి ఒక్కడిదీ ఒకే ఒక వాక్యము అబద్ధమై ఉండాలి అనే నియమాన్ని అనుసరించి గంగులు రెండవ వాక్యమూ, జోగన్న రెండవ వాక్యమూ కూడా నిజములే అయి ఉండాలి.

కానీ ఈ రెండూ పరస్పర విరుద్ధాలు కనుక రెండూ నిజమై ఉండడం అసంభవం కదా?

ఇటువంటి అసందర్భ పరిస్థితికి కారణమైన 'గంగులే హంతకుడు' అన్న ఊహే తప్పు అన్నమాట. కనుక జోగన్నే హంతకుడు అయి ఉండాలి.

ఈ నిర్ణయం నిజమోకాదో తెలుసుకోడానికి ఈ క్రింది పట్టికను తయారుచేసి సరిచూసుకోవచ్చు.

	1వ వాక్యం	2వ వాక్యం	3వ వాక్యం
గంగులు	నిజం	అబద్ధం	నిజం
జోగన్న	అబద్ధం	నిజం	నిజం
సత్తిగాడు	నిజం	నిజం	అబద్ధం

23. ఈ సమస్యని ఈ క్రింది విధంగా సాధించవచ్చు.

<u>ఒక ఆలోచనాధోరణి:</u> మాట వరసకి భద్రయ్య ఉపాధ్యాయుడు అనుకుందాం. అప్పుడు అతడి రెండు వాక్యాలూ నిజమేనన్నమాట. అంటే హత్య భద్రయ్య చెయ్యలేదు, జగ్గన్నా చెయ్యలేదు. అంటే శేషగిరి హంతకుడన్నమాట. అంతే కాదు, భద్రయ్య చెప్పిన రెండు వాక్యాలూ నిజమే అయితే, శేషగిరి చెప్పిన రెండు వాక్యాలూ అబద్ధమే. అంటే శేషగిరి జేబుదొంగ అన్నమాట.

కనుక మిగిలిపోయిన జగ్గన్న పురోహితుడు కావాలి. అంటే అతడి వాక్యాలలో ఒకటి నిజమూ, మరొకటి అబద్ధమూ అయివుండాలి. కానీ, చూస్తే అతని రెండు వాక్యాలూ నిజమే అయి ఉన్నాయి!

అంటే ఈ ఆలోచనాధోరణి తప్పు అన్నమాట.

<u>రెండవ ఆలోచనాధోరణి:</u> జగ్గన్న ఉపాధ్యాయుడు అనుకుందాం. అంటే జగ్గన్న చెప్పిన రెండువాక్యాలూ నిజమేనన్న మాట. అంటే శేషగిరి హంతకుడన్న మాట.

దీనిని బట్టి శేషగిరి రెండు వాక్యాలూ అబద్ధమే అవుతాయి. అంటే శేషగిరి జేబుదొంగ అన్నమాట.

ఇకపోతే భద్రయ్య పురోహితుడు కావాలి. అంటే భద్రయ్య మాటలలో ఒకటి నిజము, మరొకటి అబద్ధమూ కావాలి. కాని అతడి రెండు మాటలూ నిజమే

అయాయి!

అంటే ఈ ఆలోచనాధోరణి కూడా తప్పేనన్నమాట.

మూడవ ఆలోచనాధోరణి: శేషగిరి ఉపాధ్యాయుడు అనుకుందాం. అంటే అతడి రెండు మాటలూ నిజమే అయి ఉండాలి. కనుక భద్రయ్య హంతకుడన్న మాట. అంటే భద్రయ్య చెప్పిన మొదటి వాక్యము అబద్ధమూ, రెండవ వాక్యం నిజమూనూ. కనుక భద్రయ్య పురోహితుడై ఉండాలి.

కనుక మిగిలిన జగ్గన్న జేబుదొంగ అయి ఉండాలి. జగ్గన్న చెప్పిన రెండు వాక్యాలూ నిజమే అయిఉన్నాయి.

ఎక్కడా పరస్పర వ్యాఘాతాలు లేవు.

కనుక ఈ మూడవ ఆలోచనాధోరణి సరిగ్గానే ఉంది. దీనిని బట్టి తేలినది ఏమిటంటే—

భద్రయ్య ⟶ పూజారి (హంతకుడు)

జగ్గన్న ⟶ జేబుదొంగ

శేషగిరి ⟶ ఉపాధ్యాయుడు

24. మొదటి ఆలోచన: మాటవరుసకి వెంకటేశ్వర్లు హంతకుడనుకుందాం. అతడి మాటలలో మొదటిది అబద్ధం అవుతుంది. కనుక రెండవది, మూడవది నిజమై ఉండాలి.

రాజారావు మాటలలో రెండవది అబద్ధం - ఏమంటే వెంకటేశ్వర్లు చెప్పిన మూడవ మాటని ఇది ప్రతిఘటిస్తోంది కదా? కనుక ఇతడి 1 వ మాట, 3 వ మాట నిజమై ఉండాలి.

ఓబుల్‌రెడ్డి మాటలలో 2 వది అబద్ధం - ఏమంటే ఇది రాజారావు చెప్పిన నిజమనుకున్న 3 వ మాటను ఖండిస్తోంది. కనుక ఇతడి 1 వ, 3వ మాటలు నిజమై ఉండాలి.

కాని ఓబుల్‌రెడ్డి 3 వ మాట వెంకటేశ్వర్లు 3 వ మాటను ఖండిస్తోంది. ఇది నప్పదు.

కనుక ఈ ఆలోచనాధోరణి తప్పు.

రెండవ ఆలోచన: రాజారావు హంతకుడనుకుందాం. అప్పుడు ఓబుల్‌రెడ్డి మాట లలో 1 వది, 2 వది కూడా తప్పులే అవుతాయి. ఇది అసాధ్యం. కనుక ఈ ఆలోచన కూడా తప్పే.

మూడవ ఆలోచన: ఓబుల్‌రెడ్డి హంతకుడనుకుందాం. అప్పుడు ఓబుల్‌రెడ్డి

మాటలలో 2 వది అబద్ధం కనుక అతడి 1 వ, 3 వ మాటలు నిజమై ఉండాలి.

రాజారావు మాటలలో 2 వది, 3 వది నిజం, మొదటిది అబద్ధం.

వెంకటేశ్వర్లు మాటలలో 3 వది అబద్ధం, మిగిలిన రెండూ నిజం.

కనుక ఈ సమాధానం అన్ని విధాలా సరిపోతుంది.

25. ఈ సమస్యలోని ఆరుగురి పేర్లనూ, పాత్రలనూ ఒక పట్టికలాగ తయారుచేద్దాం.

పేరు	హంతకుడు	సాక్షి	పోలీసు	జడ్జి	హతుడు	తలారి
శ్రీనివాస్	x	x	√	x	x	x
ఫక్రుద్దీన్	√	x	x	x	x	x
గంగాధరం	x	√	x	x	x	x
హరిహరన్	x	x	x			x
మహేష్	x	x	x		x	x
వాసుదేవ్	x	x	x	x	x	√

4 వ విషయాన్ని బట్టి మహేష్ హతుడూ కాదు, హంతకుడూ కాదని తెలుస్తోంది. కనుక మహేష్ పేరుకి ఎదురుగా ఉన్న అడ్డవరసలో హంతకుడి సంబంధించిన గదిలోనూ, హతుడికి సంబంధించిన గదిలోనూ X అనే గుర్తు పెడదాం.

7 వ విషయాన్ని బట్టి గంగాధరం పోలీసుకాదనీ, సాక్షి అనీ తెలుస్తోంది. కనుక గంగాధరానికి ఎదురుగా సాక్షి అనే గదిలో √ గుర్తు పెడదాం. గంగాధరం సాక్షి అని తేలింది కనుక గంగాధరం పేరుగల అడ్డవరుసలోని మిగిలిన గదులన్నిటిలోనూ X గుర్తులు పెడదాం. అలాగే సాక్షి అనే నిలువు వరుసలోని తక్కిన అన్ని గదులలోనూ కూడా X గుర్తులు పెడదాం.

5 వ విషయాన్ని బట్టి హత్యకు సంబంధించిన వివరాలు చెప్పవలసిందని కోర్టులో జడ్జి శ్రీనివాస్‌ని అడిగేడు కాబట్టి జడ్జి పేరు శ్రీనివాస్ కాదని తెలుస్తోంది. కనుక ' జడ్జి- శ్రీనివాస్ ' గదిలో X గుర్తు పెట్టవచ్చు. అంతేకాకుండా హత్య వివరాలు చెప్పవలసిందని జడ్జి అడుగదగ్గ వ్యక్తులు ఇద్దరున్నారు; ఒకడు సాక్షి మరొకడు పోలీసూనూ. గంగాధరం సాక్షి అని ఇదివరకే తెలిసిపోయింది

కనుక శ్రీనివాసే పోలీసు అని నిర్ధారణ చేయవచ్చు. కనుక 'పోలీసు-శ్రీనివాస్' గదిలో √ గుర్తు పెట్టి, పోలీసుకి సంబంధించిన తక్కిన అన్ని నిలువు గదులలోనూ, శ్రీనివాస్‌కి సంబంధించిన తక్కిన అన్ని అడ్డగదులలోనూ X గుర్తులు పెట్టవచ్చు.

6 వ విషయాన్ని బట్టి ఫక్రుద్దీన్ హతుడనీ, వాసుదేవ్ హంతకుడనీ ఒక ఊహ రావచ్చు. లేదా ఫక్రుద్దీన్ హంతకుడు, వాసుదేవ్ అతడిని ఉరితీసిన తలారి అయినా కావచ్చు. దీనిని బట్టి వాసుదేవ్ హతుడుకాదు అని స్పష్టంగా చెప్పవచ్చు. కనుక 'వాసుదేవ్- హతుడు' గదిలో X గుర్తు పెట్టవచ్చు. అలాగే ఫక్రుద్దీన్ తలారికాడని చెప్పవచ్చు. కనుక 'ఫక్రుద్దీన్-తలారి' గదిలో X గుర్తు పెట్టవచ్చు.

వాసుదేవ్ హంతకుడుగాని, తలారిగాని అయితీరాలి.

2 వ వాక్యాన్ని బట్టి వాసుదేవ్‌ని పోలీసులు రైలుఖర్చులిచ్చి పిలిపించారని ఉంది. దీనినిబట్టి వాసుదేవ్ హంతకుడు కాదనీ, తలారి అనీ స్పష్టం అవుతోంది. ఇప్పుడు 'వాసుదేవ్ - తలారి' గదిలో √ గుర్తు పెట్టి, వాసుదేవ్‌కి సంబంధించిన తక్కిన అన్ని అడ్డగదులలోనూ, తలారికి సంబంధించిన తక్కిన అన్ని నిలువు గదులలోనూ X గుర్తులు పెట్టవచ్చు.

వాసుదేవ్ తలారి అని తెలియగానే ఫక్రుద్దీన్ హంతకుడని నిర్ణయించవచ్చు. ఇప్పుడు ఫక్రుద్దీన్‌కి సంబంధించిన తక్కిన అన్ని అడ్డగదులలోనూ, హంతకుడికి సంబంధించిన తక్కిన అన్ని నిలువుగదులలోనూ X గుర్తులు పెట్టాలి.

తరవాత మహేష్ జడ్జి అనీ, హరిహరన్ హతుడు అనీ సులభంగానే తెలిసిపోతుంది.

26. ఈ వివరాలనన్నిటిని మనస్సులోనే గుర్తుంచుకుని సమస్యని సాధించడం కష్టం కనుక ఈ సమాచారాన్నంతా పట్టిక రూపంలో తయారుచేద్దాం.

	నర్తకి	చిత్రకారిణి	గాయని	రచయిత్రి
కృష్ణ			x	x
పద్మిని		x		x
రజని			x	√
సరళ				x

1 వ వాక్యాన్ని పరిశీలిస్తే కృష్ణగాని, రజనిగాని పాటకత్తెలు కాదని తెలిసిపోతోంది. కనుక 'కృష్ణ - గాయని' గదిలోను, 'రజని-గాయని' గదిలోనూ X గుర్తులు పెట్టాలి.

2 వ వాక్యాన్ని బట్టి పద్మిని చిత్రకారిణీ కాదు, రచయిత్రీ కాదు అని

తెలుస్తోంది. కనుక 'పద్మిని- చిత్రకారిణి' గదిలోనూ, 'పద్మిని-రచయిత్రి' గదిలోనూ X గుర్తులు పెట్టాలి.

3 వ వాక్యాన్ని బట్టి కృష్ణగానీ, సరళగాని రచయిత్రికాదని తెలుస్తోంది. కనుక 'కృష్ణ- రచయిత్రి' గదిలోనూ, 'సరళ-రచయిత్రి' గదిలోనూ X గుర్తుపెట్టాలి.

ఇప్పుడు పట్టికను గమనిస్తే 'రచయిత్రి'కి సంబంధించిన నిలువు గదులలో ఒకే ఒక కగది కాళీగా ఉన్నట్లు తెలుస్తుంది. అది రజనికి సంబంధించిన గది. కనుక రజని రచయిత్రి అని తెలిసిపోయింది. అందుచేత 'రజని-రచయిత్రి' గదిలో √ గుర్తుపెడదాం. ఈ సంగతి తెలియగానే ఇంక రజని నర్తకిగానీ, చిత్రకారిణిగానీ కాలేదు కనుక రజనికి ఎదురుగా ఉన్న తక్కిన అడ్డగళ్లల్లో X గుర్తులు పెట్టాలి.

ఇంతే కాకుండా 2 వ వాక్యాన్ని బట్టి రచయిత్రి (రజని) పెయింటింగు కోసం కూర్చుంది అనీ, 4 వ వాక్యాన్ని బట్టి కృష్ణ ఎన్నడూ రజనిని చూడలేదు అనీ తెలియడంచేత కృష్ణ చిత్రకారిణి కాదని అర్థం అవుతుంది. కనుక 'కృష్ణ-చిత్రకారిణి' గదిలో X గుర్తుపెట్టవచ్చు. ఇప్పుడు 'కృష్ణ-నర్తకి' గదిమాత్రమే కాళీగా ఉండడంచేత కృష్ణ నర్తకి అని అర్థం అవుతోంది, కనుక ఆ గదిలో √ గుర్తును పెట్టాలి.

ఇప్పుడు నర్తకికి సంబంధించిన తక్కిన అన్ని నిలువు గదులలోనూ X గుర్తులు పెట్టాలి. ఇంక పద్మినికి సంబంధించిన అడ్డగదులలో గాయని గది మాత్రమే కాళీగా మిగిలింది. కనుక పద్మిని గాయని అని తెలుస్తూనే ఉంది కనుక ఆ గదిలో √ గుర్తుపెట్టాలి.

అఖరున సరళ చిత్రకారిణి అని తెలుస్తుంది.

27. ముందుగా వాళ్లు ముగ్గురూ చెప్పిన మాటల సారాంశాన్ని హ్రస్వంగా పట్టిక తయారుచేద్దాం.

జమున	హారిత	మాధవి
జ = 22	హా = అందరికన్న చిన్నకాదు	మా < జ
హా = జ + 2	| మా - హా | = 3	జ = 23
మా = జ - 1	మా = 25	హా = జ + 3

ఇందులో జమున చెప్పిన మొదటివాక్యము, మాధవి చెప్పిన రెండవ వాక్యము పరస్పర విరుద్ధం అని చూడగానే తెలిసిపోతోంది. వీటిలో ఏదో ఒకటి అబద్ధమై తీరాలి. మాటవరసకి జమున చెప్పిన మొదటివాక్యమే అబద్ధం అనుకుందాం. అప్పుడు జమున చెప్పిన రెండవ, మూడవ వాక్యాలు నిజం అవాలి.

దీనిని ఉపయోగించి హారిత చెప్పిన మూడు వాక్యాల నిజనిజాలు తేల్చవచ్చు. అదెలాగంటే, హా=జ+2 కనుక హారిత అందరికన్న చిన్నదికాదు అనే వాక్యం నిజం.

హా=జ+2 లేదా జ=హా-2

కానీ మా=జ-1 అనేవి రెండూ నిజమే కనుక

మా=హా-2-1 = హా-3

లేక మా-హా = -3

లేదా |మా-హా| = 3 అనేది కూడా నిజమే.

ఈ విధంగా హారిత చెప్పిన మొదటి వాక్యమూ, రెండవ వాక్యమూ నిజములే కనుక మూడవవాక్యం విధిగా అబద్ధం అన్నమాట. అంటే మాధవి వయస్సు. 25 కాదు.

ఇంక మాధవి మాటల నిజానిజాలు పరిశీలిద్దాం.

జమున చెప్పిన రెండవ వాక్యం (హా=జ+2) అనేది నిజమే కనుక మాధవి చెప్పిన మూడవ వాక్యం (హా=జ+3) అబద్ధమన్నమాట. కనుక మాధవి చెప్పిన మొదటి రెండు వాక్యాలు నిజమేనన్న మాట.

నిజమని టిక్కు పెట్టిన 6 వాక్యాలనూ ఉపయోగించి వారివారి వయస్సులను ఇలాగ నిర్ణయించవచ్చు.

నిజమని తేలినవి:

మాధవి 2 వ వాక్యం ప్రకారం జమున =23

జమున 2 వ వాక్యం ప్రకారం హా=జ+2 = 25

జమున 3 వ వాక్యం ప్రకారం మా=జ-1 = 22

అన్నట్లు జమున చెప్పిన మొదటివాక్యం అబద్ధం అని ఊహించడం యాదృచ్ఛికంగా నిజమైంది. దీనికి బదులు జమున వయస్సు 23 ఏళ్లు అని మాధవి చెప్పిన రెండవ వాక్యం అబద్ధమనుకుని బయలుదేరి, ఇదే విధమైన తర్కం ఉపయోగించి వారివారి వాక్యాలను తరచిచూస్తే త్వరలోనే స్వవచోవ్యాఘాతాలు ఎదురైవుండును.

28.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○			
●			○	●	○	●	○	●	○	○	●	1వ ఎత్తు
●	●	○	○	●	○			●	○	○	●	2వ ఎత్తు
●	●	○			○	○	●	●	○	○	●	3వ ఎత్తు
●	●	○	○	○	○	○	●	●			●	4వ ఎత్తు
		○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	5వ ఎత్తు

ఈ సమస్యను ఇంకా అనేక విధాలుగా సాధించవచ్చు.

29. నది గట్టు స్థిరంగా ఉన్నదనీ, నదీజలాలు కదిలిపోతున్నాయనీ అనుకోడానికి బదులు నీళ్లు నిశ్చలంగా ఉన్నాయనీ, నదిగట్టు వంతెన ప్రవాహవేగానికి సమంగా వ్యతిరేక దిశలో కదిలిపోతున్నాయనీ ఊహించుకుంటే ఈ సమస్యను సులభంగా సాధించవచ్చు. (సీసాకాయ మీద కూర్చున్న ఈగకు ఇలాగే కనిపిస్తుందికదా?)

ఇప్పుడు నీరు నిశ్చలంగా ఉన్నట్లు అన్నమాట. నిశ్చలంగా ఉన్న చెరువులో ఒక వస్తువును పడవేసి, ఎదరకు పడవను తోసుకుంటూపోయి, 20 నిమిషాల తరవాత వెనుదిరిగి మళ్లీ అదే వేగంతో తిరిగి వస్తే, జారవిడిచిన వస్తువును చేరుకోడానికి మరో 20 నిమిషాలు పడుతుందికదూ? అంటే మొత్తం 40 నిమిషాలసేపు ఆ వస్తువు నీటిలో అదే చోట ఉన్నదన్నమాట. ఈ 40 నిమిషాల వ్యవధిలోనూ నదిగట్టు, వంతెన ఒక మైలుదూరం కదిలిపోయాయి లేదా 40 నిమిషాలలో ఆ సీసా ఒక మైలుదూరం ప్రయాణం చేసిందన్నమాట. అంటే నదీప్రవాహవేగం గంటకు $1\frac{1}{2}$ మైళ్లు.

30. వెనుక నుంచి బయలుదేరితే ఈ సమస్యని సులభంగా సాధించవచ్చు. ఎలాగంటే- చిట్టచివర ప్రతి ఒక్కడి దగ్గరా 128 గింజల చొప్పున ఉన్నాయి.

అంతకు ముందర మొదటి ఆరుగురి దగ్గరా 64 గింజల చొప్పున ఉంటే, ఏడవవాడు ఇంకో అన్ని ఇస్తే 64+64=128 అవుతాయి. మరి 7 వ వాడి దగ్గర ఎన్ని ఉండాలి? 128+64+64+64+64+64+64 = 512 గింజలు ఉండాలి. ఇదే విధంగా మిగిలిన మెట్లుకూడా పూర్తిచేస్తే ఈ క్రింది విధంగా వస్తుంది.

మొదటి వాడు	రెండవ వాడు	మూడవ వాడు	నాలుగో వాడు	ఐదో వాడు	ఆరో వాడు	ఏడో వాడు	మార్పుల సంఖ్య
128	128	128	128	128	128	128	ఎనిమిది
64	64	64	64	64	64	**512**	ఏడు
32	32	32	32	32	**480**	256	ఆరు
16	16	16	16	**464**	240	128	ఐదు
8	8	8	**456**	232	120	64	నాలుగు
4	4	**452**	228	116	60	32	మూడు
2	**450**	226	114	58	30	16	రెండు
449	225	113	57	29	15	8	ఒకటి

మొట్టమొదట పంచిన గింజల సామాన్యరూపం ఇలా ఉంటుంది.

$(7 \times 2^n + 1)$

ఇందులో n =0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 అని వేసుకుంటూపోతే చివరి నుంచి ఏడుగురికీ ఇచ్చిన సంఖ్యలు వస్తాయి.

ఉదాహరణకి : n = 0 అయితే $7 \times 2^0 + 1 = 8$

n = 1 అయితే $7 \times 2^1 + 1 = 15$

n = 2 అయితే $7 \times 2^2 + 1 = 29$

n = 6 అయితే $7 \times 2^6 + 1 = 449$

31. వయస్సు పెరిగిన కొద్దీ బానిసపిల్ల విలువ తగ్గుతుందిట! అందుకని 'విలోమ త్రైరాశికం' వేస్తే

$\frac{(32 \times 16)}{20} = 25\frac{3}{5}$ నిష్కములు ఆమె ఖరీదట!

'అట' అని ఎందుకన్నానంటే ఈ తర్కంతో నేను అంగీకరించను. (బహుశా మీరూ అంగీకరించరు అనుకుంటా.)

32. $1 + 1 + 1 + 1 = 4$

$11 + 11 = 22$

$111 + 1 = 112$

$1111 = 1111$

$1^{111} = 1$

$111^1 = 111$

$11^{11} = 285,311,670,611$

33. కవలలు పుట్టకపూర్వం ఆ కుటుంబంలో x మంది మనుషులు ఉండే వారనీ, బుట్టెడు నారింజపళ్లు y రోజులు వచ్చేవనీ అనుకుంటే ఈ క్రింది సమీకరణాలు వ్రాయవచ్చు.

$x.y = (x+2)(y-3) = (x+6)(y-7)$ వీటిని సాధిస్తే $x = 12$ అనీ, $y = 21$ అనీ తెలుస్తుంది.

అంటే కవలలు పుట్టక పూర్వం ఆ కుటుంబంలో 12 మంది ఉండేవారు. అందులో నుంచి తల్లిదండ్రులిద్దరినీ తీసివేస్తే 10 మంది పిల్లలు. ప్రస్తుతం కవలలతో కలిపి 12 మంది పిల్లలు. ...

34. (1) పాసింజరు బండిని రెండు భాగాలుగా విడదీయాలి. వెనుక భాగాన్ని

లూప్ లైను మీద వదిలి, ముందుభాగం తూర్పుగా కొంతదూరం వెళ్లి ఆగుతుంది.

(2) అప్పుడు మెయిలుబండి తూర్పుగా కొంచెం దూరంవెళ్లి, మళ్ళీ వెనక్కి వస్తూ లూప్ లైను మీది కొంచెం దూరం వెళ్ళి, అక్కడ ఉన్న పాసెంజరు పెట్టెలను బయటికి లాగి, మళ్లీ పడమరగా మెయిన్ లైను మీద వెనక్కి జరిగి ఆగుతుంది.

(3) ఇప్పుడు పాసింజరు ముందరిభాగం లూప్ లైను మీదికి వెడుతుంది.

(4) పాసెంజరు తాలూకు పెట్టెలను మెయిన్ లైను మీద వదిలి, మెయిల్ తూర్పుగా సాగిపోతుంది.

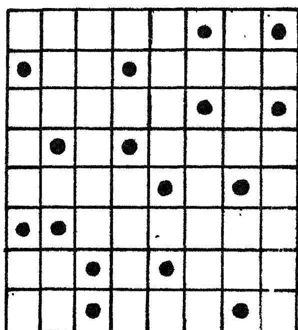
(5) లూప్ లైను మీద నుంచి పాసెంజరు బయటికి వచ్చి, వెనుకకు జరిగి, వెనుక పెట్టెలను తగిలించుకుంటుంది.

35. ఈ క్రింది విధంగా తొమ్మిది ఎత్తులలో సాధించవచ్చు.

9 → 10; 6 → 9; 5 → 6; 2 → 5; 1 → 2; 7 → 1; 8 → 7;

9 → 8; 10 → 9;

36.



37. ఈ క్రింది క్రమంలో వ్రాసిన 26 ఎత్తులలో దీనిని సాధించవచ్చు.

ద్ర - రు - య - ద్ర - తా - ప్ర - రు - య - భూ -

ణం - ద్ర - తా - ప్ర - ష - శో - రు - య - భూ -

ణం - ప - ద్ర - రు - య - భూ- ణం - ప్ర

38. 16 ఎత్తులలో దీనిని ఇక్కడ చూపిన రెండు విధాలుగా సాధించవచ్చు.

39. కొడుకు వయస్సు 14 సంవత్సరాలు, తండ్రి వయస్సు 44 సంవత్సరాలూనూ.

$1444 = 38^2$. 25 ఏళ్ల తరవాత కొడుకు వయస్సు = 39 సంవత్సరములు. తండ్రి వయస్సు = 69 సంవత్సరములు.

$3969 = 63^2$ ఈ సమస్యను సాధించడానికి 1 నుంచి 100 వరకూ సంఖ్యల వర్గముల పట్టికను దగ్గర పెట్టుకుంటే చాలు.

40. మగవాళ్ల సంఖ్య = x

అడవాళ్ల సంఖ్య= y

పిల్లల సంఖ్య = z

అనుకుంటే

$x + y + z = 20$ —— (1)

$3x + 2y + \frac{z}{2} = 20$ లేదా $6x + 4y + z = 40$ —— (2)

(2) లోనుంచి (1) తీసివేస్తే

$5x + 3y = 20$

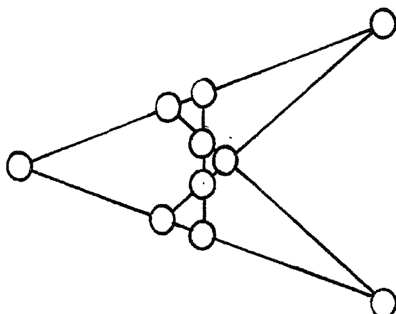
లేదా $x + \frac{3}{5}y = 4$ —— (3)

ఇందులో x, y లు పూర్ణసంఖ్యలై ఉండాలి అనే నియమాన్ని పాటిస్తే

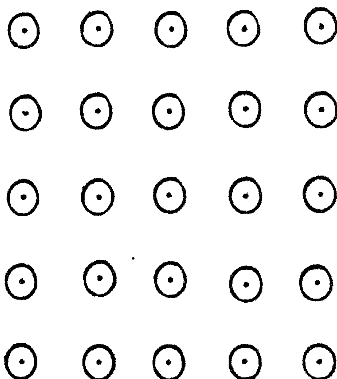
$y = 5; x = 1$ అయితేనే నప్పుతుంది. అప్పుడు $z = 14$ అవుతుంది.

అంటే ఒక మగవాడు, ఐదుగురు ఆడవాళ్లు, 14 మంది పిల్లలు ఉన్నారు ఆ గుంపులో.

41. ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లు కడితే సరాసరి దాడికి దొరకకుండా ఉంటాయి.



42. చతురస్రాకారపు స్థలంలో కాలీఫ్లవరు మొక్కలు పాతేరు కిందటి ఏడూ, ఈ ఏడూ కూడానూ. మొక్కలు సమాన దూరాలలో పాతుతారు కనుక మొక్కల సంఖ్య పరిపూర్ణ వర్గసంఖ్య అయి ఉండాలి. కనుక రెండు సంఖ్యల వర్గముల భేదం 211 అయితే ఆ సంఖ్యలు ఏవో కనుక్కోవాలి. ఇదీ అసలు సమస్య.



$106^2 - 105^2 = 211$

లేదా $11236 - 11025 = 211$

కిందటి ఏడాది 11,025 మొక్కలూ, ఈ ఏడాది 11,236 మొక్కలూ పాతేరు.

కిందటేడు $104^2 = 10,816$ చదరపుటడుగుల స్థలంలోనూ, ఈ ఏడు $105^2 = 11025$ చ.అ. స్థలంలోనూ ఈ మొక్కలు వేశారు.

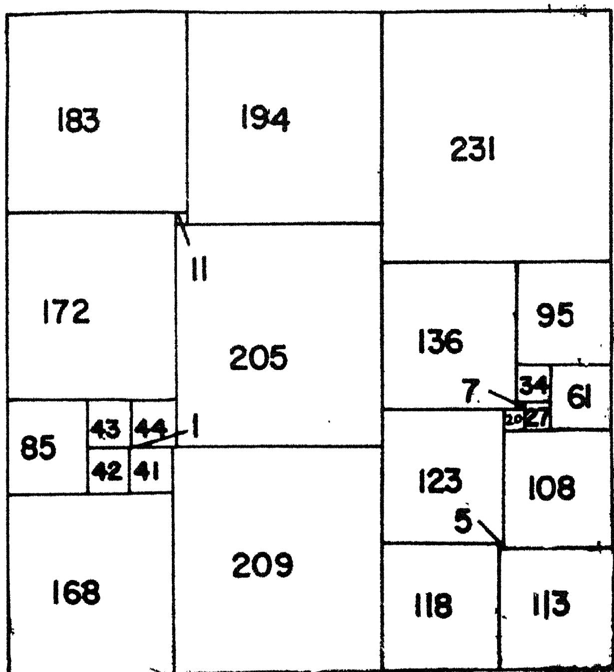
43. చెంబు 6 లీటర్లు పడుతుంది. ఒక్కొక్క ఇంటి దగ్గర మూడేసి లీటర్లు పోస్తాడు. బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి ఈ సమస్యని సాధించవచ్చు.

ఒక్కొక్కరికి x పావుల పాలు పోస్తాడనీ, ఆ చెంబులో y పావులు పడతాయనీ అనుకుని, సమస్యలో చెప్పినట్లు చేయగా చివరకి మిగిలిన పాలు

$\frac{(y-x)^3}{y^2} = 3$ అనే సమీకరణం వస్తుంది.

x, y ల విలువలు పూర్ణసంఖ్యలు అయి ఉండాలనే నియమాన్ని పాటిస్తే, $y = 24$ పావులు. $x = 12$ పావులు అని తేలుతుంది.

44. కొద్దికాలం కిందటి వరకూ ఈ విధంగా చతురస్రాన్ని విడదీయడం అసాధ్యమని నమ్ముతూ వచ్చారు. కాని, 1940 లో ఈ సమస్యకి సమాధానం దొరికింది. దాన్ని ఇక్కడ చూపిస్తున్నాను. ఇందులో వేసిన సంఖ్యలు ఆయా చదరాల వైశాల్యాన్ని సూచిస్తాయి.



45. దీనిని 11 ఎత్తులలో ఈ విధంగా సాధించవచ్చు.

1. ముందర భీముడు తన 50 బంగారు కడ్డీలుగల పెట్టెను తీసుకుని, రేవుదాటి, పెట్టెను అవతలి ఒడ్డున వదిలేసి, తిరిగివచ్చాడు.
2. తరువాత రాముడు 30 కడ్డీలు గల పెట్టెను తీసుకుని రేవు దాటాడు. ఇప్పుడు అద్దరిని మొత్తం 50 + 30 = 80 కడ్డీలు ఉన్నాయి.
3. వాటిని అద్దరిని ఉంచేసి, రాముడు తిరిగివచ్చాడు.
4. తరువాత భీముడు, సోముడు అవతలి ఒడ్డుకి వెళ్లేరు. ఇప్పుడు భీముడు, సోముడు, 50 కడ్డీల పెట్టె, 30 కడ్డీల పెట్టె అద్దరిని ఉన్నాయి. ఇవతలి రేవులో రాముడు, 80 కడ్డీల పెట్టె ఉన్నాయి.
5. తరువాత భీముడు 50 కడ్డీల పెట్టెను తీసుకుని ఇవతలిరేవుకు వచ్చాడు.
6. తరువాత రాముడు 80 కడ్డీల పెట్టెను తీసుకుని అద్దరికి వెళ్లేడు.
7. సోముడు 30 కడ్డీల పెట్టె తీసుకుని ఇవతలిరేవుకి వచ్చాడు.
8. తరువాత ఇవతలిరేవులో 50 కడ్డీల పెట్టెను, 30 కడ్డీల పెట్టెను వదిలేసి, భీముడు సోముడు రేవు దాటి, అవతలిరేవుకి వెళ్లారు.
9. తరువాత భీముడిని, సోముడిని, 80 కడ్డీల పెట్టెను అవతలి రేవులో వదిలేసి, రాముడు ఇవతలి రేవుకి వచ్చాడు.
10. తరువాత రాముడు 50 కడ్డీల పెట్టెను తీసుకుని అవతలి ఒడ్డుకి చేరాడు.
11. తరువాత సోముడు ఇవతలి రేవుకి వచ్చి, అక్కడ ఉండిపోయిన 30 కడ్డీల పెట్టెను తీసుకుని, తిరిగి రేవుదాటి, మిగిలిన వారిని కలుసుకున్నాడు.

46. గడియారంలో టైము ఎంత అయిందో చూస్తే, ఈ లెక్కను సులభంగా సాధించవచ్చు.

I. మొదటి గడియారంలో 7 గంటలు అయింది. గడియారపు " డయలు" మీద చుట్టూ నిమిషాల గీతలు మొత్తం 60 ఉంటాయి. ఒక చుట్టుచుట్టి వస్తే 360^o కు సమానం కనుక

60 గీతలు = 360 డిగ్రీలు

కనుక ఒక్కగీత = 6 డిగ్రీలు

I వ బొమ్మలో 7కీ, 12కీ మధ్య 25 గీతలు ఉన్నాయి. కనుక రెండు ముల్లమధ్య కోణం $25 \times 6 = 150^o$

II. రెండవగడియారంలో టైము 9.30 అయింది. ఇక్కడ రెండు ముళ్ల మధ్య దూరం = $17\frac{1}{2}$ గీతలు కనుక కోణం $17\frac{1}{2} \times 6 = 105^{o}$.

47. మొత్తం 43 ఎత్తులలో ఈ క్రింది విధంగా మార్చవచ్చు.

6 - G; 2 - B; 1 - E; 3 - H; 4 - I; 3 - L; 6 - k;

4 - G; 1 - I; 2 - J; 5 - H; 4 - A; 7 - F; 8 - E;

4 - D; 8 - C; 7 - A; 8 - G; 5 - C; 2 - B; 1 - E;

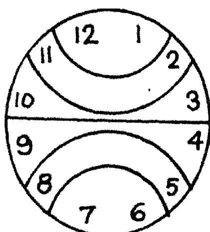
8 - I; 1 - G; 2 - J; 7 - H; 1 - A; 7 - G; 2 - B;

6 - E; 3 - H; 8 - L; 3 - I; 7 - K; 3 - G; 6 - I;

2 - J; 5 - H; 3 - C; 5 - G; 2 - B; 6 - E; 5 - I; 6 - J;

ఇక్కడ ఉదాహరణకి 6 - G అంటే 6వ నంబరు కారు G అనే గదిలోకి మారింది అని అర్థం. 43 ఎత్తులలో ఈ సమస్యను మరికొన్ని విధాలుగా కూడా సాధించవచ్చు.

48. గడియారపు డయలు మీది అంకెల మొత్తం = 78. దీనిని ఆరు భాగాలు చేస్తే ఒక్కొక్క ముక్కలో 78/6 = 13కి సమానమయే అంకెలు ఉండాలి. ఈ పరిజ్ఞానంతో డయలును ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లుగా విభజించవచ్చు.

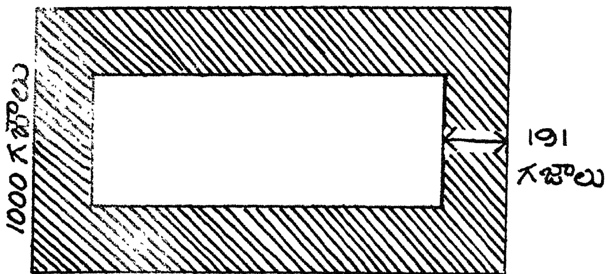


49. రెండు సూక్ష్మజీవులను వదిలిపెట్టాంగనుక ఒక చదరపుటంగుళం ప్రదేశం నిండటానికి 15 గంటలు పడుతుంది అనుకుంటే పొరబడినట్లే. ఒకే ఒక సూక్ష్మజీవి ఆ చదరపుటంగుళాన్ని ఆక్రమించడానికి 30 గంటలు పడుతుంది నిజమే. ఆ తొలి సూక్ష్మజీవి ఒక గంట అయేసరికి రెండు సూక్ష్మజీవులుగా విడిపోతుంది. అంటే రెండవ గంటలో రెండు సూక్ష్మజీవులతో మొదలుపెట్టి నట్లేకదా? ఒక సూక్ష్మజీవితో మొదలుపెట్టడానికీ, రెండు సూక్ష్మజీవులతో మొదలు పెట్టడానికీ మధ్య వ్యవధి ఒక గంట మాత్రమేకదా? కనుక రెండు సూక్ష్మజీవులను వదిలిపెడితే వాటి సంతానం ఆ చదరపుటంగుళాన్ని ఆక్రమించడానికి 29 గంటలుపడుతుంది.

50. రామ్మూ, పోనూ విమానవేగాలను కూడి, రెండుచే భాగించగా వచ్చినదే మొత్తం ప్రయాణపు సరాసరి వేగం అనుకోవడంలో ఉంది అసలు తప్పు. $\frac{400+200}{2}$ = 300 మైళ్ళు అనేది సరాసరి వేగంకాదు. మొత్తం దూరాన్ని మొత్తం కాలంచేత భాగిస్తే సరాసరి వేగం వస్తుంది.

400 మైళ్లవేగంతో కొంతకాలమూ (కొంతదూరం కాదు), 200 మైళ్ళ వేగంతో సరిగ్గా అంతేకాలమూ ప్రయాణం చేస్తే, అప్పుడు సరాసరివేగం 300 మైళ్లు అవుతుంది. వాలుగాలి సాయపడిన వ్యవధికంటె, ఎదురు గాలి నిరోధించిన వ్యవధి ఎక్కువకదా? ఈ రెండు వ్యవధులూ సమానం కావుకదా?

51. గణితం తెలిసినవాళ్లు ఈ సమస్యని సాధించడానికి ద్విఘాత సమీకరణంవేసి, అరగంట కుస్తీపడతారు. ఏమీ చదువుకోని రైతులు ఇటువంటి లెక్కని చాలా తేలిగ్గా చేసేస్తూ ఉంటారు. వాళ్లుచేసే పద్ధతి ఇదీ:



దీర్ఘచతురస్రపు పొడవు, వెడల్పు కూడి, అందులోనుంచి ఐమూల దూరం తీసేసి, మిగిలిన దానిని నాలుగుచే భాగిస్తే చీలిక వెడల్పు వస్తుంది.

పొడవు + వెడల్పు = 2000 + 1000 = 3000 గజాలు ఐమూలగా ఒకమూల నుంచి ఎదుటిమూలని తాడుపెట్టి కొలిస్తే 2236 గజాలు వస్తుంది.

3000 - 2236 = 764 గజాలు

ఇందులో నాలుగోవంతు = 191 గజాలు

ఇదే ఆ చీలిక వెడల్పు.

52. రంగన్న 2 ఆటలు, కామయ్య ఒక ఆట నెగ్గేరు కనుక 2 : 1నిష్పత్తిలో – అంటే రంగన్న 40 రూ., కామయ్య 20 రూ.లు తీసుకోవాలి అంటారా? అయితే ఈ తర్కం వినండి.

మాటవరుసకు ఆ జూదం మళ్లీ కొనసాగించి మరొక్క ఆట ఆడేరనుకుందాం.

ఈ ఆట రంగన్న కనుక నెగ్గితే 60 రూపాయలూ అతడికే వస్తాయి. ఆ ఆట కామయ్య కనుక నెగ్గితే ఇద్దరూ చెరిరెండు ఆటలూ నెగ్గినట్లు అవుతుంది; అప్పుడు చెరో 30 రూ.లు పంచుకోవలసి వస్తుంది. కనుక రంగన్నకు ఆ ఆట నెగ్గినా, ఓడినా 30 రూ.లు ఎలాగూ తప్పవు. పోతే ఆ నాలుగో ఆట ఆడితే రంగన్న నెగ్గే అవకాశం సగానికి సగం ఉంది. కనుక మిగిలిన 30 రూపాయలలోనూ సగం రంగన్న, సగం కామయ్య పుచ్చుకోవాలి. అంటే మొత్తం 60 రూపాయలలోనూ రంగన్న 45, కామయ్య 15 పుచ్చుకోవాలి!

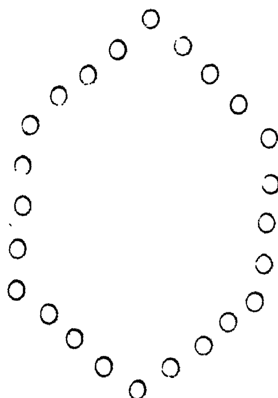
53. చెక్కని షడ్భుజాకారపు కొత్త పెనిసిలుకి 6 ముఖాలు కాదు, 8 ముఖాలు ఉంటాయి. పెనిసిలు పొడవునా 6 ముఖాలు, ఆ చివరా ఈ చివరా చెరొక ముఖమూ కలిపి మొత్తం 8 ముఖాలుకదా?

54. 3 నిమిషాలకీ, 4 నిమిషాలకీ సరాసరి కట్టి, మూడున్నర నిమిషాలు అని ఈ సమస్యకి చాలామంది జవాబు ఇస్తారు. వెళ్లేటప్పుడు వాలుగాలి అతడిని ముందుకినెట్టి సహకరించిందనీ, తిరిగివచ్చేటప్పుడు వాలుగాలి అతడిని అదే శక్తితో ఎదుర్కొంటుంది కనుక ఒక దిశలో కలిగిన లాభం, రెండవ దిశలో కలిగిన నష్టానికి సరిగ్గా సమానం అవుతుందనీ అనుకుంటూ ఉంటారు. కాని ఇది సరికాదు. వెళ్లేటప్పుడు గాలి అతడికి 3 నిమిషాలపాటు సాయపడింది; తిరిగి వచ్చేటప్పుడు 4 నిమిషాలపాటు ఎదుర్కొంది. వాలు గాలిలోనూ, ఎదురుగాలిలోనూ ప్రయాణం చేసిన కాలవ్యవధులు సమానమైతేనే సరాసరి తీసుకోవచ్చుగాని, ప్రయాణం చేసిన దూరాలు సమానమైతే సరాసరి తీసుకోకూడదు.

వెళ్లేటప్పుడు 3 నిమిషాలలో 1 మైలు వెడితే, 4 నిమిషాలలో 1 1/3 మైళ్లు వెళ్లగలడు. తిరిగి వచ్చేటప్పుడు ఎదురుగాలిలో 4 నిమిషాలలో ఒకమైలుదూరం తొక్కగలిగేడు. మొత్తం 8 నిమిషాలలో 2 1/3 మైళ్లు తొక్కేడు. ఇప్పుడు గాలి సాయము, గాలి నిరోధము సరిసమానమే కనుక ఇంక గాలి ప్రసక్తి లేదు. కనుక నిశ్చలమైన గాలిలో 1 మైలు తొక్కడానికి 8 ÷ 2 1/3 = 3 3/7 నిమిషాలు పడుతుంది.

(దీనికీ, 50 వ సమస్యకీ ఒకటే ప్రాతిపదిక)

55. ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లు క్రమషడ్భుజాకారంలో పిల్లలను నిలువబెట్టాలి.



56. ఒక మీటరు = 1000 మిల్లీమీటర్లు

ఒక ఘనపుమీటరు = 1000 x 1000 x 1000 ఘనపుమిల్లీమీటర్లు కనుక ఒక ఘనపుమీటరు కొయ్యదిమ్మను కోస్తే వందకోట్ల ఘనపుమిల్లీమీటరు ముక్కలు ఏర్పడతాయి. వీటిని వరుసగా పేర్చితే వెయ్యికిలోమీటర్ల పొడవు అవుతుంది.

57.

(i) $70 + 24\frac{9}{18} + 5\frac{3}{6} = 100$

(ii) $80\frac{27}{54} + 19\frac{3}{6} \qquad = 100$

(iii) $87 + 9\frac{4}{5} + 3\frac{12}{60} = 100$

(iv) $50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} \qquad = 100$

దీనినే ఇంకా ఎన్నో విధాలుగా సాధించవచ్చు. మరికొన్ని ఉదాహరణలు

$3\frac{69258}{714} = 3 + 97 \quad = 100$

$81\frac{5643}{297} = 81 + 19 = 100$

$81\frac{7524}{396} = 81 + 19 = 100$

$82\frac{3546}{197} = 82 + 18 = 100$

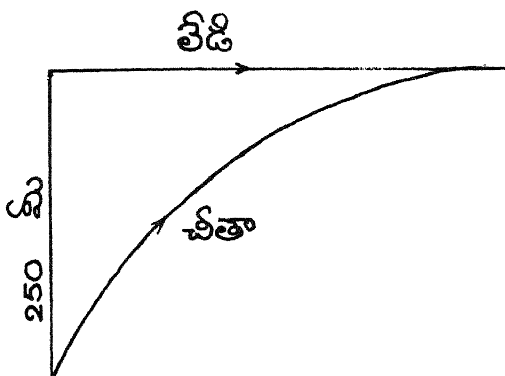
$91\frac{5742}{638} = 91 + 9 \quad = 100$

$$91\frac{5823}{647} = 91 + 9 \quad = 100$$

$$91\frac{7524}{836} = 91 + 9 \quad = 100$$

$$94\frac{1578}{263} = 94 + 6 \quad = 100$$

58. చీతా సరళరేఖలో కాక బొమ్మలో చూపినట్లు వక్రమార్గంలో అనుక్షణమూ లేడికి అభిముఖంగా పరుగిడుతుంది. CALCULUS అనబడే ఉన్నత గణిత సహాయంతో ఈ సమస్యను సాధించవచ్చునుగానీ, దీనిని మామూలు అంకగణితం ఉపయోగించి కూడా చెయ్యవచ్చు. ఈ సులభపద్ధతినే ఇక్కడ వివరిస్తాను.



లేడి తూర్పుగా కాక చీతా కనిపించిన దిశకు వ్యతిరేకదిశలో (ఉత్తరంగా) రుజురేఖలో పరుగిడితే చీతా దానిని పట్టుకోడానికి ఎంత దూరం పరుగెత్తాలో ముందర నిర్ణయించాలి. తరవాత లేడీ, చీతా ఒకదానికొకటి ఎదురెదురుగా పరుగెత్తుతూ ఉంటే చీతా లేడిని కలుసుకోడానికి ఎంతదూరం పరుగెత్తాలో నిర్ణయించాలి. ఈ రెండు దూరాల మొత్తంలో సగం చీతా పరుగెత్తిన అసలు దూరానికి సమానం అవుతుంది.

చీతాకి 250 మీటర్లు ఉత్తరంగా లేడి ఉంది. చీతా లేళ్ల వేగాలు 4 : 3 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. కనుక ఈ రెండూ కూడా ఉత్తరదిశగా పరుగు ప్రారంభిస్తే చీతా 1000 మీటర్లు పరుగెత్తేక లేడిని అందుకుంటుంది. అవి రెండూ పరస్పరాభిముఖంగా పరుగెత్తితే చీతా $142\frac{6}{7}$ మీటర్లదూరం పరుగెత్తేక లేడిని పట్టుకోగలుగుతుంది. ఈ రెండుదూరాల మొత్తాన్ని 2 చే భాగిస్తే $571\frac{3}{7}$ మీటర్లు వస్తుంది. ఇదే మన సమస్యలో చీతా పరుగెత్తిన దూరం. లేడి వేగం చీతావేగంలో $\frac{3}{4}$ వ వంతు కనుక అది చీతా పరుగెత్తిన

దూరంలో $\frac{3}{4}$ వ వంతు - అంటే $428\frac{4}{7}$ మీటర్లదూరం- పరుగెత్తి ఉంటుంది.

59. రూపాయల సంఖ్య x అనీ, పైసల సంఖ్య y అనీ అనుకుందాం.

దాని మొత్తం $= (100x + y)$ పైసలు

కాషియర్ మొదట్లో ఇచ్చినది $= (100y + x)$ పైసలు.

తరవాత మరో 111 పైసలు ఇవ్వగా అది అసలు ఇవ్వవలసిన దాంట్లో సగమే అయింది

కనుక

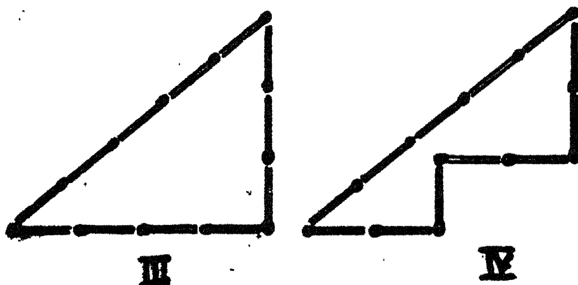
$$(100x + y) = 2(100y + x + 111)$$

లేక $98x = 199y + 222$

అజ్ఞాత విషయాలు (x, y అనేవి) రెండు ఉండగా సమీకరణం మాత్రం ఒక్కటే ఉంది. సాధారణంగా ఇటువంటి సమస్యలు అసాధ్యాలు. కాని, ఇక్కడ మాత్రం x, y అనేవి పూర్ణసంఖ్యలు అనీ, అవి రెండూ కూడా వందకి లోపు అనీ మనకి తెలుసు కనుక, ఈ సమాచారాన్ని కూడా వినియోగించి, కొద్ది ప్రయత్నాలలో జవాబును రాబట్టవచ్చు.

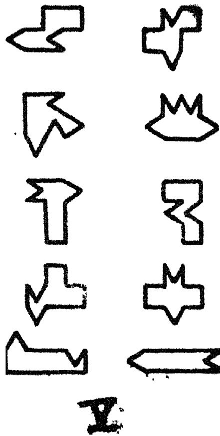
$x = 51; y = 24$ అయితేనే సరిగ్గా నప్పుతాయి. కనుక ఆ చెక్కుమీది మొత్తం రూ. 51.24 పైసలు.

60. ముందర 3, 4, 5 అగ్గిపుల్లలుగల సమకోణత్రిభుజాన్ని (III వ బొమ్మ) నిర్మించు. దీని వైశాల్యం 6 చ.అ. అని మనకు తెలుసు. ఇందులోని 3



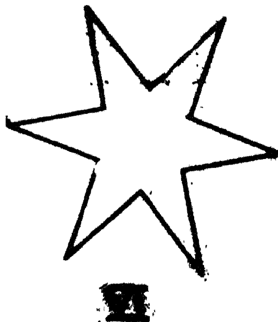
పుల్లల స్థానాలను మార్చి IV వ బొమ్మలోని ఆకారాన్ని నిర్మించవచ్చు. దీని వైశాల్యం 4 చ.అ.

ఈ సమస్యకి ఇది ఒక్కటే జవాబు కాదు. 12 అగ్గిపుల్లలను ఇంకా అనేక విధాలుగా అమర్చి 4 చ. అ. వైశాల్యం గల ఆకారాలను నిర్మించవచ్చు. ఇక్కడి V వ బొమ్మలో కొన్ని ఉదాహరణలు చూపించాను.



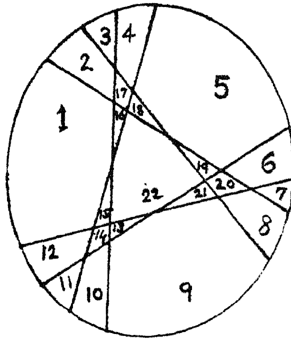
V

12 అగ్గిపుల్లలతో నిర్మించిన ఆరుకోణాల చుక్కను VI వ బొమ్మలో చూపించాను. ఈ కోణాలను వెడల్పుగానూ, సన్నంగానూ చేస్తూ వైశాల్యాన్ని సున్ననుంచి 11.196 చ.అ. వరకూ మార్చవచ్చు.



VI

61.



62. ఆ బిందెలకు 1 వ బిందె, 2వ బిందె అనీ, ఆ చెంబులకు 4 చెంబు, 5 చెంబు అని పేర్లు పెడదాం సౌలభ్యం కోసం. ఈ సమస్యని 9 ఎత్తులలో ఈ క్రిందివిధంగా సాధించవచ్చు.

(1) 1వ బిందెలోనుంచి 5 చెంబు నింపు.

(2) 5 చెంబులోనుంచి 4 చెంబులోకి పాలు నిండుగా పొయ్యి. అప్పుడు 5 చెంబులో ఒక శేరుపాలు ఉంటాయి.

(3) 4 చెంబులోని పాలు 1 వ బిందెలో పోసెయ్యి.

(4) 5 చెంబులోని శేరు పాలు 4 చెంబులో పోసెయ్యి.

(5) 1వ బిందెలోనుంచి 5 చెంబు నింపు.

(6) 5 చెంబులోనుంచి పాలు 4 చెంబు నిండుగా పొయ్యి. ఇప్పుడు 5 చెంబులో 2 శేర్లపాలు మిగులుతాయి.

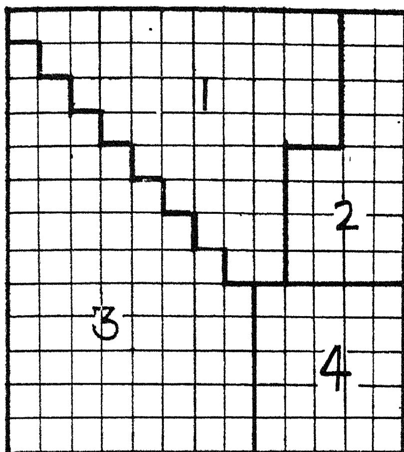
(7) 4 చెంబులో నిండుగా ఉన్న పాలు 1 వ బిందెలో పొయ్యి. అప్పుడు 1 వ బిందెలో 98 శేర్లపాలు ఉంటాయి.

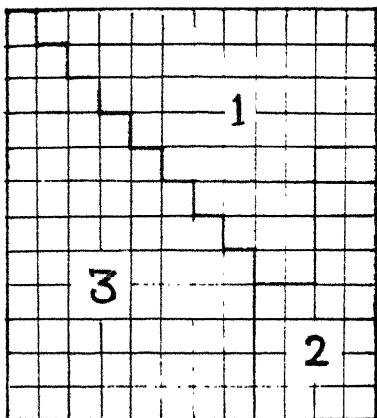
(8) 2 వ బిందెలోనుంచి పాలు 4 చెంబులో నింపు.

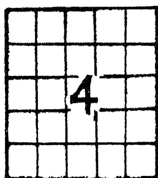
(9) 4 చెంబులో నుంచి పాలు 1 వ బింద నిండేదాకా పొయ్యి. ఇప్పుడు 4 చెంబులో రెండు శేర్లపాలు ఉంటాయి.

ఈ విధంగా రెండు చెంబులలోనూ చెరో రెండేసి శేర్లపాలు ఉంటాయి. 1 వ బిందె నిండుగా ఉంటుంది. 2 వ బిందెలో 96 శేర్లపాలు ఉంటాయి.

63. I వ బొమ్మలో చూపినట్లుగా కత్తిరించి, II వ బొమ్మలో చూపినట్లుగా అతికిస్తే రెండు చదరాలు ఏర్పడతాయి.







64. దీనిని 6 ఎత్తులలో ఈ క్రింది విధంగా సాధించవచ్చు.

(1) ఇంజను 'క' అనే పెట్టెను 3 వ లైను మీదకి గెంటి, దానిని అక్కడ వదిలేస్తుంది.

(2) ఇంజను తిరిగివచ్చి, 2 వ లైను మీద ఉన్న 'చ' అనే పెట్టెను పైకి గెంటి, 'క', 'చ' లను కలుపుతుంది.

(3) ఇంజను 'క', 'చ' లను కలిపి బయటికి లాగి, రెంటినీ 5 వ లైను మీదికి చేరుస్తుంది.

(4) 'క', 'చ' లను విడదీసి, 'క' ను 5 వ లైను మీద వదిలి, 'చ' ను 6

వ లైను దాకా తీసుకువెళ్లి, మళ్లీ వెనక్కి వెళ్లి 'చ' ను 3 వ లైను మీదకి గెంటుతుంది.

(5) 'చ' ను 3 వ లైను మీద వదిలి, ఇంజను 1 వ లైను మీదికి వచ్చి, 'చ'ను తగిలించుకుని, 1 వ లైనుమీదికి తెచ్చి విడుస్తుంది.

(6) అటు తరువాత ఇంజను 5 వ లైను మీదికి వచ్చి,'క' ను తగిలించుకుని, 6 వ లైనుదాకా వెళ్లి, మళ్లీ వెనక్కి వచ్చి, 'క' ను 2 వ లైను మీదికి చేరుస్తుంది.

65. అన్న కొన్న పుస్తకాల సంఖ్య x అనీ, చెల్లెలు కొన్న పుస్తకాల సంఖ్య y అనీ అనుకుందాం. ఆ పుస్తకాలకు అయిన ఖర్చు

$$x^2 + y^2 = 65$$

ఇందులో x, y లు పూర్ణసంఖ్యలు అయి ఉండాలన్న నియమాన్ని పాటిస్తే ఈ సమీకరణానికి నాలుగు రకాల జవాబులు వస్తాయి.

$$x = 8; y = 1 \text{ లేదా } x = 1; y = 8$$
$$\text{లేదా } x = 7; y = 4 \text{ లేదా } x = 4; y = 7$$

వాణి ఒక్క పుస్తకమే కొనుక్కుంది కనుక ఆమె అన్న 8 పుస్తకాలు కొనుక్కుని ఉండాలి.

రవి కన్న రామం ఒక పుస్తకం ఎక్కువ కొనుక్కున్నాడని మనకి తెలుసు, కనుక రామం 8 పుస్తకాలు, రవి 7 పుస్తకాలు, సీత 4 పుస్తకాలు కొనుక్కున్నారని తెలిసిపోతోంది. అంతే కాదు రామం చెల్లెలు వాణి అనీ, రవి చెల్లెలు సీత అనీ కూడా తెలుస్తోంది.

66. ఈ క్రింది క్రమంలో ఇంజనులను ఖాళీస్థలంలోకి మారుస్తూ పోతే 17 ఎత్తుల్లో మనకు కావలసిన క్రమం తయారవుతుంది.

7 - 6 - 3 - 7 - 6 - 1 - 2 - 4 - 1 - 3 - 8 - 1 - 3 - 2 - 4 - 3 - 2

67.

	I	II	III	IV
విమల (10 రూ.)	20	30	40	50
సుమతి (20 రూ.)	40	60	80	100
భానుమతి (30 రూ.)	60	90	120	150
పార్వతి (40 రూ.)	80	120	160	200

ఈ పట్టికలో నలుగురు ఆడవాళ్ల పేర్లు, వాటికి ఎదురుగా వారి భర్తలు (ఎవరైనాసరే) ఖర్చుపెట్టగల మొత్తాలు వ్రాశాను. భార్యలు నలుగురూ కలిసి 100 రూ. ఖర్చు చేశారు. కనుక మగవాళ్లు నలుగురూ కలిసి 400 రూ. ఖర్చు చేసి ఉండాలి. పట్టికలోని నాలుగు నిలువు వరుసలలోనూ ఒక్కొక్కదానిలో నుంచి ఒక్కొక్క సంఖ్యను తీసుకుని, వాటి మొత్తం 400 కి సమానం అవుతుందేమో చూడాలి. మొదటి నిలువువరుసలో నుంచి 20, రెండవ వరుసలో నుంచి 60, మూడవ వరుసలో నుంచి 120, నాలుగవ వరుసలో నుంచి 200 తీసుకుంటేనే వాటి మొత్తం 400 కి సమానం అవుతుందనీ,

మరే విధంగానూ ఇది సాధ్యంకాదనీ కొద్ది పరిశీలనవల్ల తెలుస్తుంది. దీనిని బట్టి

విమల – వెంకట్రావు

సుమతి -- సోమయాజులు

భానుమతి -- భాస్కరం

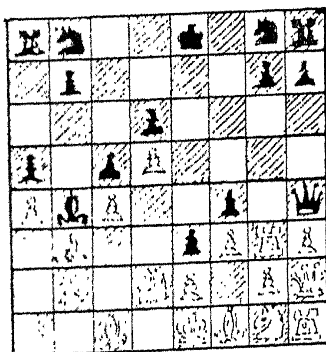
పార్వతి -- పార్థసారధి

భార్యాభర్తలని గ్రహించవచ్చు.

68. $79 + 5\frac{1}{3} = 84\frac{1}{3}$

$84 + \frac{2}{6} = 84\frac{1}{3}$

69.



	తెలుపు	–		నలుపు	
1.	P - Q4	–	1.	P - K4	
2.	Q - Q3	–	2.	Q - R5	
3.	Q - KKt3	–	3.	B - Kt5	check
4.	Kt - Q2	–	4.	P - QR4	
5.	P - R4	–	5.	P - Q3	
6.	P - R3	–	6.	B - K3	
7.	R - R3	–	7.	P - KB4	
8.	Q - R2	–	8.	P - B4	
9.	R - KKt3	–	9.	B - Kt 6	
10.	P - QB4	–	10.	P - B5	
11.	P - B3	–	11.	P - K5	
12.	P - Q5	–	12.	P- K6	

ఇప్పుడు తెల్లబలగాన్ని కదపడం అసాధ్యం!

70. ఇటువంటి సమస్యలు సాధించడానికి నిర్దిష్టమైన పద్ధతి అంటూ ఏమీ లేదు. చిత్రంగా కనిపించే ఏదో ఒక ' అవుకు' స్థలం పట్టుకుని, అల్లుకుపోగలగాలి..

ఈ లెక్కలో 'ప ప ప' అనేది విలక్షణంగా కనిపిస్తున్న అవుకు స్థలం. ఈ సంఖ్య 111 కావచ్చు, 222 కావచ్చు, 333 కావచ్చు .... దీనినే మరోలా చెప్పాలంటే ఇది 111 కి 'ప' రెట్లు ఉన్న సంఖ్య.

111 ని 3 x 37 అని వ్రాయవచ్చు.

'జడ' ను 'వ' చే గుణిస్తే ఈ 'పపప' వచ్చింది. కనుక 'జడ'లో 37 అనేది ఇమిడి ఉండాలి. అంటే 'జడ' అనే సంఖ్య 37 అయినా కావచ్చు, లేదా దీనికి రెండురెట్లున్న 74 అయినా కావచ్చు. ఈ రెండూ తప్పించి మరొకటేదీ అవడానికి వీలులేదు.

పైభాగహారంలోని మొదటి తీసివేతని గమనిస్తే 'జ' కన్న 'ప' ఒకటి చిన్నది అనీ, రెండవ తీసివేతను గమనిస్తే 'వ' కన్న 'స' ఒకటి చిన్నది అనీ తెలుస్తోంది

మొదటి తీసివేతను గమనిస్తే 'టా' కన్న 'వ' పెద్దది అని తెలుస్తోంది. కనుక 'జ' కన్న చిన్న అంకెలు మూడు ('ప', 'స' , 'టా' అనేవి) ఉన్నాయి. ఇందులో 'ప', 'స', లు 'పడవ', 'సవర' లకు వందలస్థానంలో ఉన్న అంకెలు కనుక ఈ రెంటిలోనూ ఏ ఒక్కటీ సున్నకి సమానం అయి ఉండడానికి వీలులేదు. అల్లాగే ఆఖరి తీసివేతను గమనిస్తే 'టా' సున్నకి సమానం కాదని తెలుస్తోంది. దీనిని బట్టి 'జ' అనే అంకె మూడు వేరు వేరు అంకెలకన్న పెద్దది అనీ, ఆ మూడిటిలోనూ సున్న అనేది లేదని తెలిసింది. కనుక 'జ' విలువ 4 కానీ అంతకన్న పెద్దదికానీ అయిఉండాలి. అంటే 'జడ' విలువ 37 కాదనీ, 74 అయి తీరాలనీ విశదమయింది.

అంటే 'జ' =7, 'డ'=4

విభక్తంలోని చివరి అంకె 'జ' అంటే 7. కనుక 7 X 74 = 518 ఇదే 'సధన' అంటే స =5, ధ=1, న=8

ఇంతవరకూ తెలిశాక మిగిలిన అంకెలను పూరించడం చాలా సులభం. అప్పుడు భాగహారం ఈ విధంగా ఉంటుంది.

```
74 ) 73091 ( 987
     666
    -----
      649
      592
     -----
       571
       518
      -----
        53
      -----
```

71. క్రింద వ్రాసిన మొత్తంలో M విలువ 1 అని వెంటనే చెప్పవచ్చు, ఏమంటే $S + M$ విలువ ఏ పరిస్థితిలోను 20 కి లోపేగాని ఎక్కువ ఉండడానికి వీలులేదు.

$S + M$ లో M విలువ 1 అయితే S విలువ ఎంత ఉండాలి ? ఈ రెండిటి మొత్తం 10 కానీ అంతకన్న ఎక్కువకాని ఉన్నప్పుడే 1 పై స్థానం లోకి బదిలీ అవుతుంది కదా? కనుక S విలువ 9 కానీ 8 కానీ అయిఉండాలి. అంటే. $S + M$ విలువ 10 కానీ 11 కానీ అయిఉండాలి. అంతకన్న ఎక్కువ ఉండదు. ఈ మొత్తం 11 కనుక అయితే క్రింది మొత్తంలోని 'O' విలువ 1 అవుతుంది. కానీ, M విలువ 1 అని ఇంతకు ముందే నిర్ణయించాం కనుక, ఒకే అంకెకి రెండు వేరు వేరు గుర్తులు ఉండకూడదు కనుక 'O' విలువ సున్న అయివుండాలి.

'O' విలువ సున్న అని తేల్చాం కనుక $(E + O)$ విలువ పదికి లోపే ఉంటుంది. అంటే పైస్థానంలోకి 1 బదిలీకాదు. కనుక S విలువ 9 అయితీరాలి (8 కాదు).

E, O లు కూడితే N వచ్చింది. 'O' విలువ సున్న కనుక N విలువ E కన్న 1 ఎక్కువ అయిఉండాలి. అంతేకాక N, R ల మొత్తం 10 కన్న అధికంగా ఉండాలి.

ఈ సమాచారాన్ని ఈ క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$E+1=N$$

$$N+R+(+1)=E+10$$

ఇక్కడ $(+1)$ అని బ్రాకెట్టులో ఎందుకు వ్రాశామంటే D, E లు కూడితే పదులస్థానంలోకి 1 బదిలీ అవుతుందో లేదో మనకి ఇంకా తెలియదుకదా? మనకు తెలిసిందల్లా N, R కూడితే 1 పైస్థానంలోకి బదిలీ అవుతుందని మాత్రమే.

పైన వ్రాసిన రెండవ సమీకరణంలోంచి మొదటి సమీకరణాన్ని తీసివేస్తే

$$R+(+1)=9$$

అనే సమీకరణం వస్తుంది.

R విలువ 9 అవడానికి వీలులేదు, ఏమంటే S విలువ 9 అని ఇంతకు ముందే నిర్ణయించాంకదా? కనుక R = 8 అయితీరాలి. D, E ల మొత్తం పదికన్న ఎక్కువగా ఉండి, పదులస్థానంలోకి 1 బదిలీ అవాలి.

D , E ల మొత్తం 10 గానీ, 11 గానీ కాకూడదు. 12 గానీ, అంతకన్న అధికంగా గానీ ఉండవచ్చు, ఏమంటే y విలువ సున్నగానీ, ఒకటిగానీ కాకూడదు కనుక (ఈ విలువలు O, M లకు ఇంతకుముందే నిర్ణయమై పోయాయి కదా?) ఇంక మిగిలినవి 7, 6, 5 లు మాత్రమే.

D, E ల విలువలు 7, 6 కానీ 7, 5 కానీ కావచ్చు. వీటిలో ఒకటి E అనీ, N విలువ E కన్న ఒకటి ఎక్కువ అనీ గుర్తుంచుకుంటే E = 5 అనీ, N = 6 అనీ, D = 7 అనీ సులభంగానే గ్రహించవచ్చు.

అప్పుడు y = 2 అవుతుంది. కనుక, ఆ కూడిక ఈ విధంగా ఉంటుంది.

$$\begin{array}{r} 9567 \\ 1085 \\ \hline 10652 \end{array}$$

72. 'క' విలువ 1 అయి ఉండడానికి వీలులేదు, ఏమంటే 'సి' ని 4 చే గుణిస్తే 1 చివర గల సంఖ్య ఏదీరాదు. 'క' విలువ 3 గానీ అంతకన్న ఎక్కువగానీ అయి ఉండడానికి కూడా వీలులేదు, ఏమంటే అప్పుడు "కలపరాసి" అనే ఐదు అంకెల సంఖ్యని 4 చే గుణించినప్పుడు మళ్లీ ఐదు అంకెల సంఖ్యే రావడం సాధ్యం కాదు, ఆరు అంకెల సంఖ్యవస్తుంది కనుక 'క' విలువ 2 అయి తీరాలి. పై లెక్కలో 'క' ఉన్నచోట్ల 2 వ్రాద్దాం.

2 ల ప రా సి
x 4

సి రా ప ల 2

'సి' ని 4 చే గుణిస్తే ఒకట్లస్థానంలో 2 ఉండే సంఖ్య రావాలి అంటే 'సి' విలువ 3 కానీ, 8 కానీ అవాలి.

పై గుణకారంలో పదివేలస్థానంలో ఉన్న 2 ని 4 చే గుణిస్తే 'సి' వచ్చింది. అంటే 'సి' విలువ 8 కానీ 9 కానీ అయి ఉండాలి. ఇంతకు ముందే 'సి' విలువ 3 కానీ 8 కానీ అయివుండాలి అనుకున్నాం కనుక ఇప్పుడు 'సి' విలువ 8 అని నిర్ధారణ చేయవచ్చు.

ఇప్పటి వరకు తెలిసిన అక్షరాల విలువలు వ్రాస్తే ఆ గుణకారం ఇలా ఉంటుంది.

2 ల ప రా 8
x 4
---
8 రా ప ల 2

వేలస్థానంలో ఉన్న 'ల' విలువ 3 కాని, అంతకన్న ఎక్కువకానీ అయి ఉండడానికి వీలులేదు, ఏమంటే అప్పుడు ల X 4 అనేది రెండు అంకెల సంఖ్య అయి పైస్థానంలోకి 1 కానీ అంతకన్న ఎక్కువ కానీ బదిలీ అవుతుంది. అప్పుడు లబ్ధంలోని పదివేలస్థానంలో 8 ఉండడం సాధ్యంకాదు కనుక 'ల' విలువ 3 లోపుగానే ఉండాలి. 'ల' విలువ సున్న అయి ఉండడానికి వీలు లేదు, ఏమంటే ల x 4 = 0 అవుతుంది, అప్పుడు లబ్ధంలోని వేలస్థానంలో కూడా 'ల' ఉండవలసివస్తుంది. 'ల' విలువ 2 అయి ఉండడానికి కూడా వీలులేదు, ఏమంటే 'క' విలువ 2 అని ఇంతకు ముందే నిర్ణయించాంకదా? కనుక ల = 1 అయితీరాలి. ఇప్పుడు ఆ గుణకారం ఇల్లా ఉంటుంది.

2 1 ప రా 8
x 4
---
8 రా ప 1 2

'రా' ని 4 చే గుణించి 3 కలిపితే (3 కలపడం ఎందుకంటే 8 X 4 = 32 కనుక, 3 పైస్థానంలోకి వెడుతుంది కనుక) ఒకట్లస్థానంలో 1 ఉండా లంటే 'రా' విలువ 7 అయిఉండాలి. అటుతరువాత 'ప' విలువ 9 అని సులభంగానే తెలుస్తుంది.

అప్పుడు పూర్తి గుణకారం ఈ విధంగా ఉంటుంది.

$$\begin{array}{r} 21978 \\ \times 4 \\ \hline 87912 \\ \hline \end{array}$$

73. దీనిని 11 ఎత్తులలో సాధించవచ్చు.

1. కమల, విమల పడవ నడుపుకుని అవతలిరేవుకి చేరుకుంటారు.
2. విమలను అద్దరిని వదిలి, కమల తిరిగి ఇద్దరికి చేరుకుంటుంది.
3. కమల, రాధ అద్దరికి వెడతారు.
4. రాధను అవతలిగట్టున వదిలి, కమల తిరిగి ఇద్దరికి వస్తుంది.
5. కమలనూ, కామేశ్వరరావునూ ఇవతలిరేవులో వదిలి విశ్వనాధమూ, రామారావూ అవతలిరేవుకి చేరుకుంటారు.
6. రామారావునూ, రాధనూ అవతలిరేవులో వదిలి, విశ్వనాధమూ, విమలా ఇవతలిరేవుకి వస్తారు.

   ఇప్పటికి ఒక జంట అద్దరికి చేరుకున్నట్టు అయింది.
7. కమలనూ, విమలనూ ఇవతలిరేవులో వదిలి, కామేశ్వరరావూ, విశ్వనాధమూ అవతలిరేవుకి వెడతారు.
8. ముగ్గురు మగవాళ్లనూ అవతలి రేవులో వదిలి, రాధ పడవ నడుపుకుని ఇవతలి రేవుకి వస్తుంది.
9. కమల, రాధ అద్దరికి చేరుకుంటారు.
10. కమలను అవతలిరేవులో వదిలి, రాధ తిరిగి ఇద్దరికి చేరుకుంటుంది.
11. విమల, రాధ పడవలో అవతలిరేవుకి చేరుకుంటారు.

74. ఆ నాలుగు జంటలకూ A, a ; B, b ; C, c ; D, d అని గుర్తులు పెట్టి, ఈ క్రింద చూపించిన 26 ఎత్తులలో సమస్యను సాధించవచ్చు.

ఎత్తు	ఇవతలి రేవు	నది	లంక	నది	అవతలి రేవు
1	A, a, B, b, C, c, D, d	–	–	–	–
2	A, B, C, c, D, d	a, b →	–	–	–
3	A, B, C, c, D, d	← b	a	–	–
4	A, B, C, D, d	b, c →	a	–	–
5	A, B, C, D, d	c	a, b	–	–
6	C, c, D, d	A, B →	a, b	–	–
7	C, c, D, d	–	A, B	a, b →	–
8	C, c, D, d	–	A, B	← b	a
9	C, c, D, d	–	b	A, B →	a
10	C, c, D, d	–	b	← B	A, a
11	C, c, D, d	← B	b	–	A, a
12	B, C, D	c, d →	b	–	A, a
13	B, C, D	← d	b, c	–	A, a
14	D, d	B, C →	b, c	–	A, a
15	D, d	–	b, c	B, C →	A, a
16	D, d	–	b, c	← a	A, B, C
17	D, d	–	c	a, b →	A, B, C
18	D, d	–	c	← C	A, a, B, b
19	D, d	← c	c	–	A, a, B, b
20	d	C, D →	c	–	A, a, B, b
21	d	–	c	C, D →	A, a, B, b
22	d	–	c	← b	A, a, B, C, D
23	d	–	–	b, c →	A, a, B, C, D
24	d	–	–	← c	A, a, B, b, C, D
25	d	← c	–	–	A, a, B, b, C, D
26	–	–	–	c, d →	A, a, B, b, C, D
27	–	–	–	–	A, a, B, b, C, c, D, d

75. 10 x 12 = 120 రూ. నష్టం అని మీ జవాబు అయితే అది తప్పు.

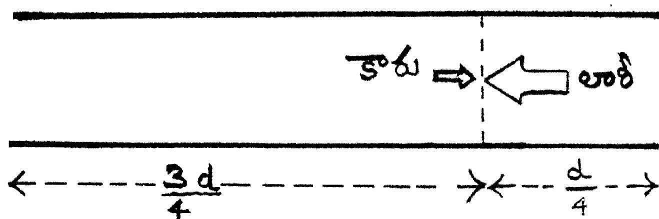
సంవత్సరం	ఇంక్రిమెంటు ఆపకపోతే అతడికి వచ్చే డబ్బు	రెండవ ఏడాది ఇంక్రిమెంటు ఆపితే అతడికి వచ్చే డబ్బు
1వ సంవత్సరం	100 x 12	100 x 12
2వ సంవత్సరం	110 x 12	100 x 12
3వ సంవత్సరం	120 x 12	110 x 12
4వ సంవత్సరం	130 x 12	120 x 12
....	....	....
26వ సంవత్సరం	350 x 12	340 x 12
26 ఏళ్ళకి మొత్తం	12(100+110+120+130 ....+350)	12(100+100+110+120 ....+340)

ఈ రెండు మొత్తములకు భేధం = 12 x 350 - 12 x 100

లేదా 12 x 250 = 3000 రూపాయలు!

కనుక ఇంక్రిమెంటు ఆపివేయడం మరీ అంత చిన్న శిక్ష ఏమీకాదు.

76. వంతెన పొడవు $= d$ అనుకుందాం



కారు ఎదరకు పోయే వేగం $= S$ అనుకుందాం.

కనుక, లారీ ఎదరకు పోయే వేగం $= S/2$

కారు వెనకకు పోయేవేగం $= S/2$

లారీ వెనుకకు పోయేవేగం $= S/4$

1 వ పద్ధతి: లారీ వెనకకు తగ్గితే ఏమవుతుందో చూద్దాం. లారీ $d/4$.

దూరం $s/4$ వేగంతో వెనక్కి వెళ్లడానికి పట్టే వ్యవధి $= \frac{d}{4}/\frac{s}{4} = \frac{d}{s}$

లారీతో బాటే కారుముందుకి పోగలదు కనుక కారువంతెన దాటడానికి అదనపు టైము ఏమీ పట్టదు. కారు వెళ్లిపోయాక లారీ d దూరం $s/2$ వేగంతో ఎదరకు వెళ్లడానికి $d \div S/2 = 2d/S$ టైము పడుతుంది.

కనుక మొత్తం టైము$= \frac{d}{S} + \frac{2d}{S} = \frac{3d}{S}$

2 వ పద్ధతి: కారు వెనుకకు తగ్గితే----

$\frac{3}{4}d$ దూరం $S/2$ వేగంతో కారు వెనుకకు వెళ్లడానికి పట్టేకాలం $= \frac{3d}{2S}$.

లారీ ఇదేవేగంతో ఎదరకు వెళ్లగలదు కనుక లారీ వంతెన దాటడానికి అదనపు సమయం ఏమీ అక్కరలేదు.

తరువాత కారు d దూరం S వేగంతో ఎదరకు వెళ్లడానికి పట్టేవ్యవధి $= \frac{d}{S}$

మొత్తం వ్యవధి $= \frac{3d}{2S} + \frac{d}{S} = \frac{5d}{2S}$

కనుక రెండవపద్ధతిలోనే ఆ రెండు వాహనాలూ వంతెన మీంచి త్వరగా బయటపడగలుగుతాయి.

77. రామదాసు దగ్గర 11 , కోటయ్య దగ్గర 7, శంభులింగం దగ్గర 21 జంతువులు ఉన్నాయి.

78. బుజ్జి వయస్సు x అనుకుందాం.

పిల్లకీ పిల్లకీ మధ్య $1\frac{1}{2}$ సంవత్సరాలు ఎడం ఉంది కనుక బుజ్జికి విశాలాక్షికి మధ్య భేదం $= 14 \times 1\frac{1}{2} = 21$ ఏళ్లు కనుక విశాలాక్షి వయస్సు $= x+21$

$x + 21 = 8x$ కనుక $x = 3$ ఏళ్లు.

అంటే బుజ్జి వయస్సు 3 ఏళ్లు, విశాలాక్షి వయస్సు 24 ఏళ్లూనూ.

79. ఈ రకమైన తప్పుడు త్రాసులను ఉపయోగించి, వస్తువు అసలు బరువును తెలుసుకునే పద్ధతి ఒకటి ఉంది. మొదట ఆ వస్తువును ఎడమ సిబ్బిలోనూ, తూనికరాళ్లను కుడిసిబ్బిలోనూ ఉంచి, త్రాసు సరిగ్గానే ఉంది అనుకుని తూచు. దాని బరువు 'క' అనుకో. రెండవసారి వస్తువును కుడి సిబ్బిలోనూ, తూనికరాళ్లను ఎడమ సిబ్బిలోనూ ఉంచి మళ్లీతూచు. ఈ సారి దాని బరువు 'చ' అనుకో.

ఇప్పుడు ఆ వస్తువు అసలు బరువు $= \sqrt{క \times చ}$

మన సమస్యలో గ్లాసులను తూనికరాళ్లుగా ఉపయోగించాము. (గ్లాసు అసలు బరువు 100 గ్రాములు అని తెలుసుకదా?)

మొదటి తూకంలో 8 కప్పులబరువు $=$ 300 గ్రాములు

లేక 1 కప్పుబరువు $= \frac{300}{8}$ గ్రాములు

రెండవ తూకంలో 1 కప్పుబరువు $=$ 600 గ్రాములు

కనుక ఒక కప్పు అసలు బరువు $= \frac{\sqrt{300 \times 600}}{\sqrt{8}} = 150$ గ్రాములు.

80. కొన్న కుక్కపిల్లల సంఖ్య$= x$ అనుకో, వాటి ఖరీదు$= 20x$ రూ. కొన్న కుందేళ్ల సంఖ్య $= x$, వీటి ఖరీదు $= 10x$ రూ.

మొత్తం కొన్నధర $= 30x$

మిగిలిపోయిన 7 జంతువులలోనూ y కుక్కపిల్లలు, $(7-y)$ కుందేళ్లు ఉన్నాయనుకుందాం. అంటే అమ్ముడైన కుక్కపిల్లల సంఖ్య $= (x-y)$

అమ్ముడైన కుందేళ్ల సంఖ్య $= (x-7+y)$

కుక్కపిల్లను 22 రూ.కి, కుందేలును 11 రూ.కి అమ్మేడు.

మొత్తం అమ్మకం $= 22(x-y) + 11(x-7+y)$ రూ.

ఇది $30x$ కి సమానం. కనుక $3x = 11y + 77$

ఈ సమీకరణంలో x, y అనేవి రెండూ అజ్ఞాతవిషయాలు. ఇవి రెండూ పూర్ణసంఖ్యలే అయిఉండాలి అనే నియమాన్ని పాటిస్తే ఈ సమీకరణాన్ని సాధించవచ్చు.

y విలువ 7 కి లోపే కనుక, వరుసగా 1 నుంచి 7 వరకూ ఒక్కొక్క విలువనే ఇచ్చుకుంటూ వెడితే $y = 2; x = 33$

లేక $y = 5; x = 44$

అని రెండు జవాబులు వస్తాయి. ఈ రెండిటిలో ఏది సరియైన సమాధానమో తెలుసుకోవడం ఎలాగ?

కుందేళ్లను జంటలు జంటలుగా కొన్నట్లు చెప్పడం వల్ల అవి సరిసంఖ్యలోనే ఉండిఉండాలని తెలుస్తోంది. కనుక $y = 5; x = 44$ అన్న సమాధానమే సరియైనది. దీనిని బట్టి అతడు 44 కుక్కపిల్లలను, 22 జతల కుందేళ్లనూ 1320 రూ. ఇచ్చి కొన్నాడని తెలుస్తోంది. అందులో 39 కుక్కలూ, 21 జతల కుందేళ్లూ అమ్ముడు అయాయి 1320 రూపాయలకి.

ఇంక 5 కుక్కలు 2 కుందేళ్లు మిగిలేయి. వీటిని అమ్మితే 132 రూ.లు వస్తాయి. ఇదే అతడి 10% లాభం.

81. మొట్టమొదట ఈ సమస్య అసంభవంలా కనిపిస్తుందికానీ, అందులో వింత ఏమీలేదు.

మనవడు 20వ శతాబ్దంలో పుట్టి ఉండాలి. కనుక అతడు పుట్టిన సంవత్సరపు మొదటి రెండు అంకెలు 19 అయిఉండాలి. చివరి రెండు అంకెలను రెట్టింపు చేస్తే 32 రావాలి. అంటే ఆ సంఖ్య 16 అన్నమాట. అంటే మనుమడు 1916 లో పుట్టిఉండాలి. అప్పుడు 1932లో అతడి వయస్సు 16 ఏళ్లు అయి ఉంటుంది.

తాతగారు 19 వ శతాబ్దంలో పుట్టి ఉండాలి. కనుక ఆయన పుట్టిన సంవత్సరపు మొదటి రెండు అంకెలు 18 అయివుండాలి. చివరి రెండు అంకెలను రెట్టింపు చేస్తే 132 రావాలి. అంటే ఆ సంఖ్య 66. కనుక తాత పుట్టిన సంవత్సరం 1866. ఆయనకి 1932 లో 66 ఏళ్లు ఉంటాయి.

ఈ విధంగా 1932 లో తాతామనవళ్లు ఇద్దరి వయస్సులూ వారువారు పుట్టిన సంవత్సరాల చివరి రెండు అంకెలకు సమానం.

82. $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$

83. $3^3 - 3 = 24$

84.

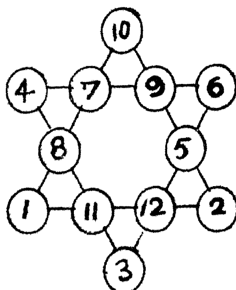
$5 \times 5 + 5 = 30$

$6 \times 6 - 6 = 30$

$3^3 + 3 = 30$

$33 - 3 = 30$

85.



86. ఈ సమస్యను సాధించే ముందు ఏ పురుగుకి ఎన్నేసి కాళ్లు ఉంటాయో తెలుసుకోవాలి. సాలీడుకి 8 కాళ్లు, కుమ్మరిపురుగుకి 6 కాళ్లు ఉంటాయి. మొత్తం కాళ్లు 40 ఉండాలంటే 2 సాలీళ్లు, 4 కుమ్మరిపురుగులూ ఉంటేనే (2 x 8 + 4 x 6 = 40 అవుతుంది కనుక) సాధ్యం అవుతుంది.

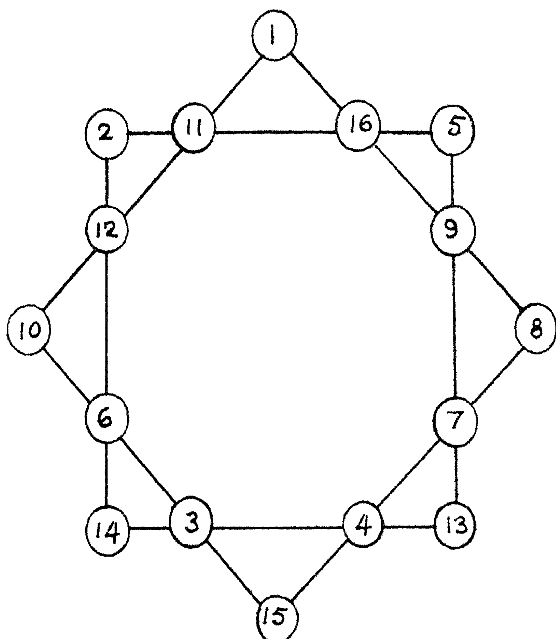
87. (క) $111 - 11 = 100$

(చ) $33 \times 3 + \frac{3}{3} = 100$

(ట) $5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5 = 100$

లేక $(5 + 5 + 5 + 5) \times 5 = 100$

88.



89. ఐదు వస్తువులను రెండేసి చొప్పున క్రింద చూపిన 10 రకాలుగా తీసుకోవచ్చు.

(పెనిసిలు+కలం) ;(పెనిసిలు+సిరాబుడ్డి);(పెనిసిలు+గ్లాసు);

(పెనిసిలు+పుస్తకం) ;(కలం+సిరాబుడ్డి);(కలం+గ్లాసు) ;

(కలం+పుస్తకం);(సిరాబుడ్డి+గ్లాసు);(సిరాబుడ్డి+పుస్తకం) :

(గ్లాసు+పుస్తకం)

అందుకనే పది బరువులు వచ్చాయి. ఈ పదిరకాల తూకాలలోనూ ప్రతి ఒక్క వస్తువూ నాలుగేసి సార్లు కనబడుతుంది. కనుక పైన చూపిన బరువులు పదింటినీ కూడి, 4 చే భాగిస్తే ఆ ఐదు వస్తువుల మొత్తం బరువు వస్తుంది. అది $144 \div 4 = 36$ తులాలకు సమానం.

ఈ పది బరువులలోనూ అల్పతమమైన బరువు 6 తులాలు. ఐదు వస్తువుల లోనూ అన్నిటికన్న తేలికైనది పెనిసిలు, తరువాతది కలము కనుక

పెనిసిలు + కలం = 6 తులాలు.

అలాగే ఈ పది వస్తువులలోనూ అన్నిటికన్న బరువైనది పుస్తకం, తరువాతది గ్లాసు కనుక

పుస్తకము +గ్లాసు =23 తులాలు.

కనుక,

పెనిసిలు + కలం + గ్లాసు + పుస్తకం $= 6 + 23 = 29$ తులాలు.

కానీ, ఐదు వస్తువుల మొత్తం బరువు $= 36$ తులాలు.

కనుక, సిరాబుడ్డి బరువు $= 36 - 29 = 7$ తులాలు.

సిరాబుడ్డి + పెనిసిలు $= 9$ తులాలు అయివుండాలి.

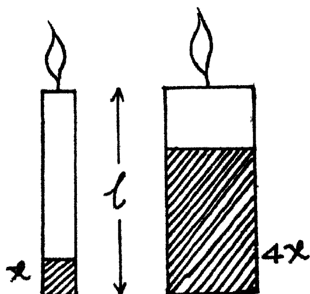
కనుక పెనిసిలు బరువు $= 9 - 7 = 2$ తులాలు.

ఇంక మిగిలిన వస్తువుల బరువులు సులభంగానే తెలుసుకోవచ్చు.

పెనిసిలు$=$ 2తు.; కలం$=$ 4తు.; సిరాబుడ్డి$=$7తు.;

గ్లాసు$=$ 10తు.;పుస్తకం$=$ 10తు.;

90. ఆ కొవ్వొత్తుల పొడవు l అనుకుందాం.



సన్నటి కొవ్వొత్తిలో మిగిలిన భాగం x అనుకుందాం.

సన్నటి కొవ్వొత్తి l పొడవు కాలడానికి 4 గంటలు పడుతుంది. కనుక, $(l - x)$ పొడవు కాలడానికి $\frac{4(l-x)}{l}$ గంటలు పడుతుంది.

లావుపాటి కొవ్వొత్తి $\frac{5(l-4x)}{l}$ గంటలు కాలింది.

ఈ రెండూ సమానం కనుక, $l = 16x$

దీనిని బట్టి అవి $3\frac{3}{4}$ గంటలసేపు కాలేయి అని తెలుస్తోంది.

91. నీలకంఠం 3 స్తంభాలకు అదనంగా రంగువేశాడని కదూ మీ సమాధానం? కాదు, 6 స్తంభాలకు అదనంగా రంగు వేశాడు. ఆ వీధిలో ఎన్ని స్తంభాలున్నా ఇదే జవాబు. ఉదాహరణకు అటు 50, ఇటు 50 స్తంభాలు ఉన్నాయను కుందాం. నీలకంఠం తన వైపున 47+రెండో వైపున 6, మొత్తం 53 స్తంభాలకు రంగు వేశాడు. రామదాసు తనవైపున 44+ రెండోవైపున 3, మొత్తం 47 స్తంభాలకు రంగువేశాడు. భేదం 6 కదా?

92. మగవాళ్లు $= x$; ఆడవాళ్లు$= y$; పిల్లలు$= z$; అనుకుందాం . అప్పుడు

$5x + 4y + \frac{z}{2} = 100$ (శేర్లు)

$x + y + z = 100$ (మనుషులు)

ఈ రెండు సమీకరణాలూ సాధిస్తే

$9x + 7y = 100$ అని వస్తుంది.

x, y లు పూర్ణసంఖ్యలై ఉండాలంటే, దీనికి రెండు రకాల సమాధానాలుంటాయి.

(1) మగవాళ్లు $= 1$; ఆడవాళ్లు $= 13$; పిల్లలు $= 86$;

(2) మగవాళ్లు $= 8$; ఆడవాళ్లు $= 4$; పిల్లలు $= 88$;

93. ఈ సమస్య చాలా క్లిష్టమైనదిగా కనిపించవచ్చునేమో కాని, నిజానికి దీనిని చాలా సులభంగానే సాధించవచ్చు. అప్పుడే నాలుగు గదులలో అంకెలువేసి ఉన్నాయి కనుక మిగిలినవి పూరించడం తేలికే.

$A^2 + B^2 = G^2 + F^2$

కనుక, $A^2 - F^2 = G^2 - B^2$

$16^2 - 8^2 = 14^2 - 2^2 = 192$

ఒకే రేఖ మీద అటూ ఇటూ ఉన్న రెండు అంకెల వర్గముల భేదం ఎల్లప్పుడూ 192 కి సమానం అవాలి అని తెలుస్తోంది.

$A^2 - F^2 = (A+F)(A-F)$ అని వ్రాయవచ్చు.

ఈ సూత్రాలను ఉపయోగిస్తే తక్కిన అంకెలు దొరుకుతాయి.

192 = 96 x 2 = (49+47) (49-47) = $49^2 - 47^2$

192 = 48 x 4 = (26+22) (26-22) = $26^2 - 22^2$

192 = 32 x 6 = (19+13) (19-13) = $19^2 - 13^2$

192 = 24 x 8 = (16+8) (16-8) = $16^2 - 8^2$

192 = 16 x 12 = (14+2) (14-2) = $14^2 - 2^2$

ఇవే మనకు కావలసిన సంఖ్యలు. ఇందులో (16, 8) అనే జంటను, (14, 2) అనే జంటలను ఇదివరకే వ్రాశారు. ఇంక మిగిలిన అంకెలను 6 విధాలుగా

పూరించవచ్చు. ఒక పద్ధతి మాత్రమే ఇక్కడ వ్రాద్దాం.

అవి వరుసగా: **16 – 2 – 49 – 22 – 19 – 8 – 14 – 47,** 26 - 13

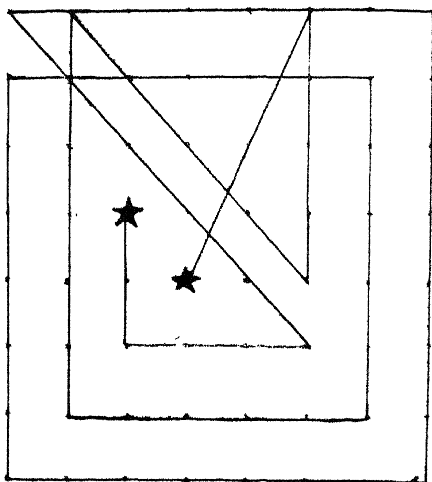
94. $1 \rightarrow 4; 11 \rightarrow 8; 9 \rightarrow 2; 7 \rightarrow 12; 3 \rightarrow 6; 5 \rightarrow 10$

దీనిని ఇంకా అనేక విధాలుగా సాధించవచ్చు.

95. 1, 2, 15, 16 నంబర్ల మీద నాలుగేసి అగ్గిపెట్టెలను అమర్చే పద్ధతి:-
$7-2; 8-2; 9-2; 10-15; 6-15; 5-15; 14-16;$
$13-16; 12-16; 3-1; 4-1; 11-1$

$3, 5, 12, 14$ నంబర్ల మీద నాలుగేసి అగ్గిపెట్టెలను అమర్చే పద్ధతి:-
$8-3; 9-14; 16-12; 1-5; 10-14; 7-14;$
$11-3; 2-5; 4-12; 13-5; 6-3; 15-12$

96.



97. 139, 854, 276 అనేది 11,826 కి వర్గం. ఇదే అన్నిటికన్నా చిన్నది. అన్నిటికన్నా పెద్ద సంపూర్ణవర్గసంఖ్య 923,187,456. ఇది 30,384 కి వర్గం.

98. ఈ సమస్యలో 3, 6, 7, 8, 9, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 23, 24 సంఖ్యలు గల అట్టముక్కలు ఉండవలసిన స్థానాలలోనే ఉన్నాయి కనుక వీటిని కదుపనక్కరలేదని కొందరు అనుకోవచ్చు. వీటిని కదపకుండా అయితే 32 ఎత్తులలో ఈ సమస్యను సాధించవచ్చు. కానీ, వీటిలో 6 గానీ, 15 గానీ రెండవ ఎత్తులో కదిపి, మళ్లీ 19 వ ఎత్తులో వెనుకకు తెచ్చి, మొత్తం 30 ఎత్తులలోనే ఈ క్రింది విధంగా సమస్యను సాధించవచ్చు.

2 – 6 – 13 – 4 – 1 – 21 – 4 – 1 – 10 – 2 – 21 – 10 – 2 – 5 – 22 – 16 – 1 – 13 – 6 – 19 – 11 – 2 – 5 – 22 – 16 – 5 – 13 – 4 – 10 – 21

99. మీ జవాబు 64 అయితే అది తప్పు.

8 గళ్ల చదరాలసంఖ్య $= 1^2 = 1$

7 గళ్ల చదరాలసంఖ్య $= 2^2 = 4$

6 గళ్ల చదరాలసంఖ్య $= 3^2 = 9$

5 గళ్ల చదరాలసంఖ్య $= 4^2 = 16$

4	గళ్ల చదరాలసంఖ్య	$= 5^2$	=	25
3	గళ్ల చదరాలసంఖ్య	$= 6^2$	=	36
2	గళ్ల చదరాలసంఖ్య	$= 7^2$	=	49
1	గడి చదరాలసంఖ్య	$= 8^2$	=	64
	మొత్తము		=	204 చదరాలు.

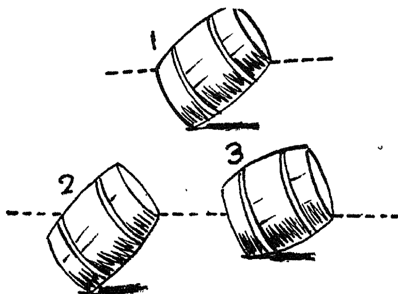
100. $3-11; 9-10; 1-2; 7-15; 8-16; 8-7; 5-13; 1-4; 8-5; 6-14; 3-8; 6-3; 6-12; 1-6; 1-9$

చిట్టచివరికి 1 వ బిళ్ల మిగిలిపోతుంది

101. ఇందులో ముఖ్యమైన విశేషం ఒకటి ఉంది. ఇదివరలో చెప్పిన పాల కొల తల సమస్య వంటిది కాదిది. కొంచెం భేదం ఉంది. ఇదివరలో మూడు పాత్రలు ఉపయోగించి రెండు సమానభాగాలు చెయ్యడం చూశాం. మూడు పాత్రలు ఉపయోగించి మూడు సమానభాగాలు చెయ్యడం ఇక్కడ ప్రత్యేకత. పైగా ఒక పాత్రలో 3 ఔన్సులు మాత్రమే పడతాయి, నాలుగో ఔన్సు ఎక్కడ పొయ్యాలి? దానిని పంచుకొనే వ్యక్తుల నోట్లో పొయ్యవచ్చు కదూ! ఇదే ఇక్కడి విశేషం. మూడు పాత్రలకు తోడు ఆ ముగ్గురి నోళ్లు కూడా ఉపయోగించుకోవచ్చు. ఎలాగూ తాగేసి వెళ్లిపోవాలనుకొన్నదే కదా!

ఎత్తు	12 ఔన్సుల సీసా	5 ఔన్సుల గ్లాసు	3 ఔన్సుల గ్లాసు	మొదటివాడు తాగినది	2 వ వాడు తాగినది	3 వ వాడు తాగినది
1	7	5	0	0	0	0
2	7	2	3	0	0	0
3	7	0	3	2	0	0
4	7	3	0	2	0	0
5	4	3	3	2	0	0
6	0	3	3	2	4	0
7	0	5	1	2	4	0
8	0	5	0	2	4	1
9	0	2	3	2	4	1
10	0	0	3	4	4	1
11	0	0	0	4	4	4

102. పీపాని జాగ్రత్తగా పక్కకు ఒరిగించి, ఇంకొంచెం వంచుతే ద్రవం బయటికి ఒలికిపోతుందా అన్నట్లుగా-ద్రవ మట్టం పీపామూతిని తగిలేలాగ చెయ్యి. ఈ స్థితిలో ద్రవ మట్టం పీపా తాలూకు అడుగుభాగానికి 1 వ బొమ్మలో చూపినట్లు తగులుతూ ఉంటే ద్రవం పీపాలో సరిగ్గా సగానికి సగం ఉంది అని అర్థం.



2 వ బొమ్మలో ఉన్నట్లుగా ద్రవ మట్టం ఉంటే సగంకన్నా ఎక్కువ ఉంది అని అర్థం

3 వ బొమ్మలో ఉన్నట్లుగా ద్రవ మట్టం ఉంటే సగంకన్నా తక్కువ ఉంది అని అర్థం.

103. ఈ సమస్యలో లోటా పరిమాణం x అనుకొంటే, మొదటి వాడు తాగి వెళ్లిపోయాక ఆ బిందెలో మిగిలిన మిశ్రమంలో $(10-x)$ శేర్ల పాలు ఉంటాయి.

రెండవవాడు తాగి వెళ్లాక $\frac{(10-x)^2}{10}$ శేర్లపాలు,

మూడవవాడు తాగి వెళ్లాక $\frac{(10-x)^3}{10^2}$ పాలు,

నాలుగవవాడు తాగి వెళ్లాక $\frac{(10-x)^4}{10^3}$ పాలు,

ఐదవవాడు తాగి వెళ్లాక $\frac{(10-x)^5}{10^4}$ పాలు మిగులుతాయి. ఆఖరున బిందెలో మిగిలిన పాలు 5 శేర్లు కనుక $\frac{(10-x)^5}{10^4}=5$

దీని నుంచి $x = 1.294$ శేర్లు అని తెలుసుకోవచ్చు.

104. వీటిని 18 రకాలుగా అమర్చవచ్చు. అడ్డవరుసలోని ఐదు ముక్కలను వ్రాస్తాను, మిగిలిన నిలువువరుస ముక్కలు గుర్తించడం ఎంతసేపు?

1. 56174	5. 25368
2. 35168	6. 15378
3. 34178	7. 24378
4. 25178	8. 14578

9. 23578	14. 24758
10. 24568	15. 34956
11. 34567	16. 24957
12. 14768	17. 14967
13. 23768	18. 23967

వీటిలో నడిమి అంకెలు అన్నీ బేసివే అనిగమనించే ఉంటారు. ఇందులో 23కీ, 25కీ, 27కీ సమానం అయేవి నాలుగేసి ఉన్నాయి. 24కీ, 26కీ సమానం అయేవి మూడేసి ఉన్నాయి.

105. 62 ఎత్తులలో ఆటపూర్తి చేసే విధానం చూపిస్తాను.

1 డై ఖాళీలో– 2 ఇ ఖాళీలో– 3 డై ఖాళీలో– 3 డై మీద 2 ఇ– 2 ఇ మీద 1 అ– 2 క ఖాళీలో– 2 క మీద 1 డై– 4 ఇ ఖాళీలో– 4ఇ మీద 3 అ– ఇప్పటికి 9 ఎత్తులు అయాయి. వీటితో 4 క నూ దానిపైన ఉన్న ముక్కలనన్నిటిని మార్చడం జరిగింది. దీనినే హ్రస్వంగా '4 క పైముక్కలు' (9 ఎత్తులలో) అని వ్రాయవచ్చు. ఈ మాటకు పైన చెప్పిన ఎత్తులన్నీ వరుసగా వెయ్యాలి అని అర్థం చెప్పకోవాలి.

తరవాత '3 అ మీద 2 ఇ పైముక్కలు' (3 ఎత్తులు) తరువాత 5 అ, 5 డైల స్థానాలు తారుమారుచేసి, 5 డై మీద 4 క (6 ఎత్తులు).

4 క మీద 3 డై (1 ఎత్తు) –

6 ఇ ను (5 అ తో సహా) ఖాళీలోకి (3 ఎత్తులు) –

5 అ మీదికి 4 క పై ముక్కలు(3 ఎత్తులు) –

3 డై మీదికి 2 క పైముక్కలు (3 ఎత్తులు) –

7 డై ఖాళీలోకి (1 ఎత్తు) –

7 డై మీదికి 6 క పైముక్కలు (3 ఎత్తులు)–

8 ఇ ఖాళీలోకి (1 ఎత్తు)–

8 ఇ మీద 7 అ (1 ఎత్తు)– 9 డై మీదికి 8 క (1 ఎత్తు)–

8 క మీదికి 7 అ (1 ఎత్తు)– 9 అ మీదికి 8 ఇ (1 ఎత్తు)–

8 ఇ మీదికి 7 అ (1 ఎత్తు)– 8 క మీదికి 7 డై పైముక్కలు (5 ఎత్తులు)– 5 డై మీదికి 4 క పైముక్కలు (9 ఎత్తులు) – 7అ మీదికి 6 ఇ పైముక్కలు (3 ఎత్తులు)– 5 అ మీదికి 4 ఇ పై ముక్కలు (7 ఎత్తులు)

మొత్తం 62 ఎత్తులు.

ఇంతకన్న తక్కువ ఎత్తులలో మీరెవరైనా సాధించగలరేమో ప్రయత్నించండి.

106. మంచాలు ఏడు. గాయపడ్డవారూ ఏడుగురే. 14 మంది కాదు.

ఎడమ చెయ్యి మాత్రమే విరిగిన వారు = ఇద్దరు

కుడి చెయ్యి మాత్రమే విరిగిన వారు = ముగ్గురు

రెండు చేతులు విరిగిన వారు = ఇద్దరు

107. మొదటి గుర్రం మీద 12 రూ., రెండో గుర్రం మీద 15 రూ., మూడో గుర్రం మీద 20 రూ., పందెం కాచాడు. ఇప్పుడు ఏ గుర్రం నెగ్గినా అతనికి లాభం 13 రుపాయలే. అతని పరీక్ష ఫీజు = 12 + 15 + 20 + 13 = 60 రూ.

108. పందెపు దారి గుండ్రంగా ఉంది కనుక తెల్లని కారుకి ముందర ఉన్న కార్లు, వెనుక ఉన్న కార్లు సమానమే కదా? మొత్తం కార్లు x అనుకుంటే, తెల్ల కారుకి ఎదర ఉన్నవి $(x-1)$, వెనుక ఉన్నవి కూడా $(x-1)$.

$$\frac{\quad}{3} + \frac{\quad}{4} = x$$

ఈ సమీకరణాన్ని సాధిస్తే $x = 13$ అని తెలుస్తుంది. తెల్లకారుకి ఎదర ఉన్న 12 కార్లలో మూడో వంతు = 4. వెనుక ఉన్న 12 కార్లలో $\frac{3}{4}$ వ వంతు = 9

$4 + 9 = 13$ కదా!

109. రెండు ఓడలూ ఒక్క సారే తిరిగి వస్తాయని మీ సమాధానమైతే అది తప్పు. రెండవ ఓడ ముందుగా మద్రాసు రేవుకి తిరిగి వస్తుంది! అది ఎల్లాగో చూద్దాం.

మద్రాసు-రంగూన్ ల మధ్య దూరం x మైళ్లు అనుకుందాం.

మొదటి ఓడకి రానూ పోనూ ప్రయాణానికి పట్టే సమయం

$$= \frac{x}{30} + \frac{x}{40} = \frac{98x}{1680} \text{ గంటలు}$$

రెండవ ఓడకి రానూ పోనూ ప్రయాణానికి పట్టే సమయం $= \frac{2x}{35}$

$= \frac{96x}{1680}$ గంటలు

అంటే రెండవ ఓడ $\frac{x}{840}$ గంటలు ముందుగా మద్రాసు చేరుకుంటుంది.

110. 7, 13 గానీ; 8, 13 గానీ; 5, 7 గానీ; 5, 13 గానీ నంబర్లు గల ఖైదీలు స్వస్థలాల నుంచి కదలనవసరం లేకుండా గుర్రపు నడకతో 1 నుంచి 15 వరకూ నంబర్లుగల ఖైదీలను వరుసగా చుట్టివచ్చేలాగ అమర్చడం సాధ్యమే.

వీటిని 40 రకాలుగా సాధించవచ్చు. అడుగు వరుస కుడి వైపు చివరిగది ఖాళీగా ఉండాలనే నియమాన్ని పాటించాలంటే 16 రకాలుగా మాత్రమే సాధించవచ్చు. 7, 13 నంబర్లు కదలకుండా ఈ క్రింది నాలుగు విధాలుగా సాధించవచ్చు.

6	9	4	15
1	12	7	10
8	5	14	3
13	2	11	

6	1	10	15
9	12	7	4
2	5	14	11
13	8	3	

6	1	10	15
11	14	7	4
2	5	12	9
13	8	3	

6	11	4	15
1	14	7	10
8	5	12	3
13	2	9	

వీటిలో అన్నిటికన్న తక్కువ ఎత్తులలో సాధింపదగ్గది (66 ఎత్తులలో) 1వది. ఈ ఎత్తులను ఇక్కడ వ్రాస్తాను.

12 - 11 - 15 - 12 - 11 - 8 - 4 - 3 - 2 - 6 - 5 - 1 - 6 - 5 - 10 - 15 - 8 - 4 - 3 - 2 - 5 - 10 - 15 - 8 - 4 - 3 - 2 - 5 - 10 - 15 - 8 - 4 - 12 - 11 - 3 - 2 - 5 - 10 - 15 - 6 - 1 - 8 - 4 - 9 - 8 - 1 - 6 - 4 - 9 - 12 - 2 - 5 - 10 - 15 - 4 - 9 - 1 2 - 2 - 5 - 3 - 11 - 14 - 2 - 5 - 14 - 11.

111.

7-15; 8-16; 8-7; 2-10; 1-9; 1-2; 5-13; 3-4; 6-3; 11-1; 14-8; 6-12;

5-6; 5-11; 31-23; 32-24; 32-31; 26-18; 25-17; 25-26; 22-32; 14-22; 29-21; 14-29; 27-28; 30-27; 25-14; 30-20; 25-30; 25-5.

112. 'సంభావ్యత' (PROBABILITY) అనే గణిత శాఖకు సంబంధించిన సమస్య ఇది. ఫలానా సంఘటన జరగడానికి ఏ పాటి అవకాశం ఉందో తెలుసుకోడానికి ఈ గణితం ఉపయోగిస్తుంది.

ఆ 15 పేకముక్కలలోనూ నువ్వు కాచినముక్క వచ్చే అవకాశం $\frac{1}{15}$ మాత్రమే. 1500 సార్లు ఆడితే అందులో 15 వ వంతు- అంటే 100 సార్లు- నువ్వు నెగ్గుతావు. మిగిలిన 1400 ఆటలూ అతడు నెగ్గుతాడు.

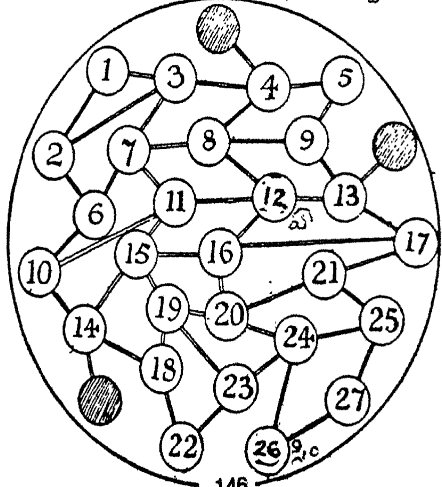
ఆటగాడు నెగ్గితే ఒక అర్ధరూపాయి అతడికి లాభం వస్తుంది. అతడు ఓడి పోతే 9 అర్ధరూపాయలు తన చేతినుంచి నీకు ఇచ్చుకోవాలి(నువ్వు కాచిన అర్ధరూపాయితో కలిపి 10 అర్ధలు = 5 రూ. అవుతుంది).

కనుక ఆ జూదగాడికి $1400 - 900 = 500$ అర్ధరూపాయలు, లేదా 250 రూ. లాభం!

అన్నట్లు సంభావ్యతా గణితం ఉజ్జాయింపు మాత్రమేకాని, ఖచ్చితంగా 15 ఆటలలో ఒక ఆట ఆ జూదగాడు ఓడిపోతాడని చెప్పడం సాధ్యంకాదు కానీ, చాలా చాలా ఆటలు ఆడితే 14 : 1 నిష్పత్తి ఇంచుమించుగా నిజం అవుతుంది. ఆటల సంఖ్య పెరిగిన కొద్దీ ఈ నిష్పత్తి వాస్తవానికి మరింత దగ్గరసావస్తుంది.

అర్ధరూపాయికి 5 రూపాయలు వస్తాయి అనే ఉబలాటమేకాని, ఈ ఆట లోని లోతులు తెలియని సామాన్య ప్రజలు జూదగాళ్ల చేతుల్లో ఈ విధంగా మోసపోతూ ఉంటారు.

113. సున్నలన్నిటిలోనూ సౌలభ్యంకోసం అంకెలు వేశాను. 12 వ గదిలో ఏనుగు, 26 వ గదిలో సింహం ఉన్నాయి. ఏనుగు ఎన్నివిధాల తప్పించుకు పోదా మనుకున్నా సింహం దానిని తరిమి పట్టుకుని ఓడించే అవకాశం ఉంది. విజయం సాధించాలంటే సింహం అత్యావసరంగా 1 వ స్థావరాన్ని చేరుకో వాలి. 3 వ స్థావరం నుంచి 1 ని చేరుకుని 2 ద్వారా బయటికి రావచ్చు. లేదా 2 వ స్థావరం నుంచి 1 ని చేరుకుని 3 ద్వారా బయటికి రావచ్చు.



ఇందులో మూడు స్థావరాలకు అంకెలు వెయ్యకుండా నల్లరంగు పూయడం గమనించే ఉంటారు. అందులోకి ప్రవేశించవలసిన అవసరం ఉభయులకూ లేదు, శత్రువును అందులోకి తరమడం సాధ్యమూకాదు. ఒకవేళ ఏ జంతువైనా అందులో ప్రవేశిస్తే ఫలితం అనుభవిస్తుంది. కనుక ఈ మూడు స్థావరాలను గురించీ ఆలోచించనక్కరలేదు.

ఏనుగు ఏ ఎత్తులువేసినప్పటికీ సింహం మాత్రం ఈ క్రింది తొమ్మిది స్థావరాలనూ ఒకదానితరవాత ఒకటి వరసగా సందర్శించాలి: 24-20-19-15-11-7-3-1-2.

ఏనుగు కూడా ఈ రహస్యాన్ని గ్రహించి, తాను కూడా 1 వ స్థావరాన్ని చేరుకోడానికి ప్రయత్నిస్తే, వచ్చిన దారినే పారిపోవాలసి వస్తుంది;లేదా 2 వ స్థావరంలో గానీ, 3 వ స్థావరంలోగానీ సింహం పంజా దెబ్బకి హతమైపోవలసి వస్తుంది. కనుక 1 వ స్థానంవైపు పోవడం ఏనుగుకి ఏమంత క్షేమంకాదు.

సింహం పైన చెప్పిన తొమ్మిది ఎత్తులూ వేసే సరికి ఏనుగుకూడా తొమ్మిది ఎత్తులూవేసి, 5, 8, 11, 13, 14, 16, 19, 21, 24, 27 అనే స్థావరాలలో ఏదో ఒకచోట ఉంటుంది. అది 3, 6 స్థావరాలలో కనుక తెలివి తక్కువగా ఉండినట్లయితే చచ్చిపోతుంది.

ఏనుగు ఎక్కడికి వెడితే అక్కడికి సింహం వెన్నంటి వెళ్లి ఆఖరికి మరో 8 ఎత్తులలో శత్రువును పట్టేస్తుంది. అంటే మొత్తం 17 ఎత్తులలో సింహానికి ఏనుగు దొరికిపోతుంది. ఏనుగు తప్పుడు ఎత్తులు వేస్తే 17 కన్న తక్కువ ఎత్తులలోనే దొరికిపోతుంది.

ఏనుగు 5వ స్థావరంలో ఉంటే సింహం దానికి ఐమూలగా ఉన్న 8వ స్థావరాన్ని చేరుకోవాలి. అప్పుడు ఏనుగు ఎటువెళ్లినా సింహానికి దొరికిపోతుంది. లేక ఏనుగు 22 వ స్థావరంలోకి వెడితే సింహం దానికి ఐమూలగా ఉన్న 19 వ స్థావరాన్ని చేరుకోవాలి; తరవాత ఎత్తులో ఆటకట్టు. లేక ఏనుగు 27 వ స్థావరంలోకి వెడితే దానికి ఐమూలగా ఉన్న 24 వ గదిలోకి సింహం చేరుకుని తరవాత ఎత్తులో శత్రువును చంపాలి. ఏనుగును ఈ ప్రమాదకర స్థావరాలలోకి సులభంగానే తరుమవచ్చు.

మొత్తం మీద సింహం చేయవలసినది ఇదీ : పైన చెప్పిన మొదటి తొమ్మిది ఎత్తులూ వరుసగా వేసి, తరవాత శత్రువు వెంటపడాలి. శత్రువును 1 వ స్థావరం వైపు పోనీకుండా దూరంగా తరమాలి. ఆఖరికి ఏనుగును 22, 27, 5 స్థావరాలలో ఒక దానిలోకి తరిమి జయించాలి. ఈ విధంగా చేస్తే 17 ఎత్తులకన్న ఎక్కువ అక్కరలేదు. పైన చెప్పిన మొదటి తొమ్మిది ఎత్తులూ సరిగ్గా వేసిన తరవాత సింహం అక్కడక్కడ తప్పుడు నడకలు నడిచినా విజయం ఆలస్యమవుతుందే కాని ఓడిపోదు. అన్నింటి కన్న ముఖ్యం శత్రువు 1 వ స్థావరాన్ని చేరుకోకుండా చూచుకోవడం.

ఉదాహరణకు ఒక పూర్తి ఆటను ఇక్కడ వ్రాస్తాను.

సిం	24	20	19	15	11	7	3	1	2	6	10	14	18	19	20	24
ఏ	13	9	13	17	21	20	24	23	19	15	19	23	24	25	27	

ఇప్పుడు ఏనుగు 25, 26 స్థావరాలలో ఒక దానిలో ప్రవేశించకతప్పదు. అప్పుడు సింహం దానిని చంప గలుగుతుంది.

114.

$$1681 = 41^2$$
$$16 = 4^2$$
$$81 = 9^2$$

115. ఇటువంటి నాలుగు అంకెల ఘనసంఖ్యలు రెండు ఉన్నాయి.

$$4913 = (4+9+1+3)^3 = 17^3$$
$$5832 = (5+8+3+2)^3 = 18^3$$

116.

112 x 124 = 13888; 88831 = 421 x 211

112 x 133 = 14896; 69841 = 331 x 211

112 x 223 = 24976; 67942 = 322 x 211

122 x 213 = 25986; 68952 = 312 x 221

ఇటువంటి సమీకరణాలను ఇంకా కనుక్కోవచ్చు. ఇంతే కాదు

362 - 236 = 14 x 9

దీనిని కుడినుంచి ఎడమకి చదివితే

9 x 41 = 632 - 263

117.

$$\frac{17469}{5823} = 3$$

$$\frac{13485}{2697} = 5$$

$$\frac{16758}{2394} = 7$$

$$\frac{57429}{6381} = 9$$

$$\frac{15768}{3942} = 4$$

$$\frac{17658}{2943} = 6$$

$$\frac{25496}{3187} = 8$$

118. దానికి కారణం ఉంది. పదిలక్షలకు లోపున ఇక్కడ చూపిన ఈ ఏడు సంఖ్యలకు మాత్రమే విచిత్రధర్మం ఉంది.

119. ఆ ముసలాయనకి కొడుకులు x మంది అనుకుందాం.

మనుమలు $= x(x-1) = x^2 - x$

మునిమనుమలు $= \frac{\;}{3}$

ఆయన వయస్సు $= x + x^2 - x + \frac{x^2-x}{3} = \frac{4x^2-x}{3}$

x పూర్ణసంఖ్య అయిఉండాలి అనే నియమాన్ని ఉపయోగించి దీనిని సాధించవచ్చు.

$x = 7$ అయితే, ఆయన వయస్సు 63 సంవత్సరాలు

$x = 8$ అయితే, ఆయన వయస్సు $82\frac{2}{3}$ సంవత్సరాలు

$x = 9$ అయితే, ఆయన వయస్సు 105 సంవత్సరాలు

$x = 10$ అయితే, ఆయన వయస్సు 130 సంవత్సరాలు

ఈ విధంగా x కి వేరువేరు విలువలిస్తూ ఏది నప్పుతుందో పరిశీలించాలి.

ఆ ముసలాయనకు 63 సంవత్సరాలు వయస్సు అసంభవం. x విలువ 8 అయితే మునిమనుమల సంఖ్య $18\frac{2}{3}$ అవుతుంది! ఇది అసంభవం.

ముత్తాతగారి వయస్సు 130 అయిఉండదు.

ఆయన వయస్సు 105 అయి ఉండడమే సమంజసం.

120. 100, 121, 144, 169, 196, 225 ... వంటి మూడు స్థానాల వర్గ సంఖ్యలను చూసుకుంటూ వెడితే పై వర్ణనకు సరిపోయేది 169 మాత్రమే అని త్వరలోనే గ్రహించవచ్చు. ఇది 13 కి వర్గం. దీనిని తలక్రిందులుచేస్తే 691 వస్తుంది. ఇది అవిభాజ్యసంఖ్య.

121. ఇటువంటి లక్షణం గలది ఇంకొక్కటి ఉంది.

$18 \times 297 = 5346$

$27 \times 198 = 5346$

122. ఈ లక్షణం కలిగినవి ఇంకొక రెండు వరుససంఖ్యలు ఉన్నాయి.

$$28 + 29 + 30 + \ldots\ldots + 51 + 52 = 1000$$
$$55 + 56 + 57 + \ldots\ldots + 69 + 70 = 1000$$

123.

$$1089 = 33^2$$
$$9801 = 99^2$$

124.

$$68^2 = 4624$$
$$78^2 = 6084$$
$$80^2 = 6400$$
$$92^2 = 8464$$

ఈ లక్షణం కలవి ఈ నాలుగూ మాత్రమే.

125.

$$13^2 = 169$$
$$31^2 = 961$$

రెండు అంకెలసంఖ్యలలో ఇటువంటి చమత్కారం చూపించేవి 12, 13 మాత్రమే.

ఇటువంటి లక్షణంగల మూడు అంకెల సంఖ్యలు ఈ క్రిందివి ఐదు మాత్రమే ఉన్నాయి.

$$102^2 = 10404;\ 201^2 = 40401$$
$$103^2 = 10609;\ 301^2 = 90601$$
$$112^2 = 12544;\ 211^2 = 44521$$
$$113^2 = 12769;\ 311^2 = 96721$$
$$122^2 = 14884;\ 221^2 = 48841$$

ఇటువంటి లక్షణంగల నాలుగు అంకెల సంఖ్యలు ఈ క్రింది నాలుగు మాత్రమే.

$$1112^2 = 1236544;\ 2111^2 = 4456321$$
$$1113^2 = 1238769;\ 3111^2 = 9678321$$
$$1121^2 = 1256641;\ 1211^2 = 1466521$$
$$1212^2 = 1468944;\ 2121^2 = 4498641$$

సున్నను కూడా ఉంచనిస్తే ఇటువంటి సంఖ్యలను ఇంకా ఎన్నెన్నో కనుక్కో-వచ్చు.

126.

16 అనేది ఒక వర్గసంఖ్య. $16 = 4^2$

ఈ సంఖ్యకి మధ్యలో 15 చేరిస్తే ఏర్పడేదికూడా వర్గసంఖ్యే. $1156 = 34^2$

ఈ సంఖ్యకి మధ్యలో 15 ఎన్నిసార్లు దూర్చినా అవి అన్నీ వర్గసంఖ్యలే అవుతూ ఉంటాయి.

$$111556 = 334^2$$
$$11115556 = 3334^2$$
$$1111155556 = 33334^2$$

....

....

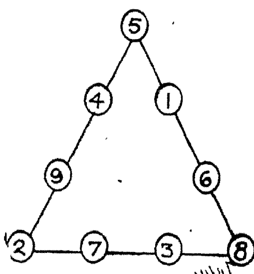
127.

$$16 = 4^2\ ;\ 81 = 9^2$$

ఈ రెండు వర్గసంఖ్యలనూ ఒకదాని పక్కని మరొకటి వ్రాస్తే ఏర్పడేది కూడా వర్గసంఖ్యే.

$$1681 = 41^2$$

128.



$$2^2+7^2+3^2+8^2=126$$
$$8^2+6^2+1^2+5^2=126$$
$$5^2+4^2+9^2+2^2=126$$

129. మొత్తం 16 హంసలు.

బీజగణిత సూత్రాలనుపయోగించి ఈ సమస్యను చాలా సులభంగా సాధించవచ్చును. కనుక వివరణ అనవసరం.

130.

'లాగరిదమ్/పట్టికలు' జ్ఞాపకం పెట్టుకోవడం వల్ల ఆ శాస్త్రజ్ఞుడు ఈ పని చెయ్యగలిగేడు. అది ఎల్లాగో చూద్దాం.

అది 35 స్థానాల సంఖ్య కనుక దాని లాగరిదమ్ 34.00 కీ 35.00 కీ మధ్య ఉండాలి. వీటిని 31 చే భాగిస్తే 1.09, 1.13 వస్తాయి. ఆ అసలు సంఖ్య యొక్క లాగరిదమ్ 1.09 కీ 1.13 కీ మధ్య ఉండాలి.

12 యొక్క లాగరిదమ్ = 1.08

13 యొక్క లాగరిదమ్ = 1.11

14 యొక్క లాగరిదమ్ = 1.15

కనుక అసలు సంఖ్య 13 లని అతడు చెప్పగలిగేడు.

$$13^{31}=34,059,943,367,449,284,484,947,$$
$$168,626,829,637.$$

వీటిలో ఒక్కటంటే ఒక్క అంకెనైనా చెప్పకుండా ఆ గణితశాస్త్రజ్ఞుడు జవాబు చెప్పగలగడం చిత్రంగా ఉంది కదూ?

131. ఈ సమస్యను సాధించడానికి ఆఖరి కొడుకు దగ్గర నుంచి బయలుదేరాలి.

ఆఖరికొడుక్కి ఇంతధనం చెందాలనీ, అటుపైన పెట్టెలో ఏమీ మిగలకూడదనీ మనకు తెలుసు. అక్కడి నుంచి అతడి పైవాడికి చెందవలసిన సొమ్ము తరవాత ఆ పైవాడికి చెందవలసిన సొమ్ము ... ఈ విధంగా లెక్క వేస్తూ పోవచ్చు.

మాటవరసకి అతడికి ఐదుగురు కొడుకులు అనుకుందాం.

కనుక ఐదవవాడికి = 5000 రూ.

నాలుగోవాడికి $=4,000+\frac{5,000}{2}$ $=6,500$ రూ.

మూడోవాడికి $= 3,000 + \frac{6,500+5,000}{2} = 8,750$ రూ.

రెండోవాడికి $= 2,000 + \frac{8,750+6,500+5,000}{2} = 12,125$ రూ.

మొదటివాడికి $= 1000 + \frac{12,125+8,750+6,500+5,000}{2}$

$= 17,175.50$ పై.

కనుక ఇనప్పెట్టెలోని మొత్తం డబ్బు = రూ. 49562. 50 పై.

కానీ, ఆ సొత్తు పూర్తి రూపాయలలోనే ఉన్నదని మనకు తెలుసుకనుక, ఆ వర్తకుడికి ఐదుగురు కొడుకులు అనే ఊహ తప్పు అన్నమాట.

ఈ విధంగా గుణించుకుంటూ, అన్ని నియమాలూ సరిచూచుకుంటూ పోతే, అతడికి నలుగురుగాని, ఆరుగురుగానీ కొడుకులు ఉంటేనే లెక్క సరిపోతుందని తెలుసుకోవచ్చు.

I. అతనికి నలుగురు కొడుకులు ఉన్నప్పుడు : నాలుగోవాడికి = 4,000 రూ.

మూడోవాడికి $= 3,000 + \frac{4,000}{2} = 5,000$ రూ.

రెండోవాడికి $= 2,000 + \frac{(4,000+5,000)}{2} = 6,500$ రూ.

మొదటివాడికి $= 1,000 + \frac{(6,500+4,000+5,000)}{2} = 8,750$ రూ

మొత్తం ఆస్తి = 24,250 రూ.

II. అతడికి ఆరుగురు కొడుకులున్నప్పుడు :

ఆరోవాడికి = 6,000 రూ.

ఐదోవాడికి $= 5,000 + \frac{6,000}{2} = 8,000$ రూ.

నాలుగోవాడికి $= 4,000 + \frac{(8,000+6,000)}{2} = 11,000$ రూ.

మూడోవాడికి $= 3,000 + \frac{(11,000+8,000+6,000)}{2} = 15,500$ రూ.

రెండోవాడికి $= 2,000 + \frac{(15,500+11,000+8,000+6,000)}{2}$

$= 22,250$ రూ.

మొదటివాడికి $= 1000 + \frac{(22,250+15,500+11,000+8,000+6,000)}{2}$

$= 32,375$ రూ.

మొత్తం ఆస్తి $= 95,125$ రూ.

132. ఆ వర్తకుడు x గానులు కొని ఉంటే ఒక్కొక్క గాను ఖరీదు $= \frac{1800}{x}$ రూపాయలు.

ఒక రోజు ముందర కొని ఉంటే ఇదే డబ్బుకి $(x+30)$ గానులు వచ్చి ఉండును. అప్పుడు వాటి ఖరీదు $\frac{1800}{(x+30)}$ రూ. అయిఉండేది. అప్పుడు ఒక్కొక్క గాను మూడేసి రూపాయలు చవకపడి ఉండును. కనుక

$$\frac{1800}{x+30} + 3 = \frac{1800}{x}$$

ఈ సమీకరణాన్ని సాధిస్తే $x = 120$ అని తెలుస్తుంది. అంటే ఆ వర్త కుడు కొన్న 120 గానులలో 20 గానులు కైంకర్యం అయిపోయాయన్నమాట.

133. ఈ సమస్యలో ఆ రైలు ఒళ్లవేగాలుకానీ, రాజమండ్రి-విజయవాడల మధ్య దూరంగానీ తెలియవు. తెలియసవసరం లేదుకూడానూ!

మెయిలుబండి వేగం $= S$ అనీ, పాసింజరువేగం $= s$ అనీ అనుకుందాం. అవి రెండూ కలుసుకున్న తరవాత x నిమిషాలకు తమతమ గమ్యస్థానాలను చేరుకున్నాయనుకుందాం. అవి కలుసుకునే సమయానికి మెయిలు a మైళ్లదూరం, పాసింజెరు b మైళ్లదూరం ప్రయాణం చేశాయని అనుకుందాం. అప్పుడు ఈ క్రింది సమీకరణాలు వ్రాయవచ్చు.

$$a = 80 \times S$$

$$b = 125 \times s$$

$$a = s.x$$

$$b = S.x$$

కనుక $x = \frac{80 \times S}{s} = \frac{125 \times s}{S}$

లేక $x^2 = \frac{80 \times S}{s} \times \frac{125 \times s}{S} = 10000$

లేక $x = 100$ నిమిషాలు. కనుక ఆ రైలుబళ్లు 12.15 కి తమతమ గమ్యస్థానాలు చేరుకుని ఉంటాయి.

134.

(1) ముందర తూర్పుబండి వెనుకకు జరుగుతుంది. దాని ఇంజను మాత్రం సైడులైను మీదికి వెడుతుంది.

(2) పడమటి బండి ముందుకుసాగి సైడులైనును దాటి వెడుతుంది.

(3) తూర్పు ఇంజను సైడులైనులో నుంచి బయటికి వచ్చి, పడమటి బండి తాలూకు మూడు పెట్టెలను తగిలించుకుని పడమరగా వెళ్లి నిలుస్తుంది.

(4) పడమటి ఇంజను సైడులైను మీదికి వెడుతుంది.

(5) తూర్పు ఇంజను మూడు పడమటి పెట్టెలతోనూ తూర్పుగావెళ్లి, మెయిన్ లైను మీద ఉన్న నాలుగు తూర్పు పెట్టెలను కలుపుకుని, మళ్లీ పడమరగా వెళ్లి నిలుస్తుంది.

(6) పడమటి ఇంజను మెయిన్‌లైను మీదకి వచ్చి, 5 పెట్టెలను (ఒక పడమటిది + 4 తూర్పువి) తూర్పుగా తీసుకువెళ్లి, మళ్లీ వెనుకకు వచ్చి ఆఖరి పడమటి పెట్టెను సైడులైను మీదికి గెంటి, తిరిగి 4 తూర్పు పెట్టెలను పడమరగా మెయిన్‌లైను మీదికి తోస్తుంది.

(7) పడమటి ఇంజను సైడులైను మీద నిలిచి ఉన్న పడమటిపెట్టెను బయటికి లాగి, మిగిలిన పెట్టెలతో కలుపుతుంది.

(8) ఈ సారి పడమటి ఇంజను 6 పెట్టెలను (1 పడమటిది + 4 తూర్పువి + 1 పడమటిది) తూర్పుగా తీసుకువెళ్లి, ఆఖరిపడమటి పెట్టెను సైడులైను మీదికి గెంటి, మిగిలిన 5 పెట్టెలను మెయిన్‌లైను మీదికి పడమరగా గెంటుతుంది.

(9) పడమటి ఇంజను సైడులైను మీద ఉన్న పడమటి పెట్టెను బయటికి లాగి, మెయిన్‌లైను మీద ఉన్న మిగిలిన పెట్టెలతో కలుపుతుంది.

(10) పడమటి ఇంజను ఈ సారి 7 పెట్టెలను తూర్పుగాలాగి, ఆఖరి పడమటి పెట్టెను సైడులైను మీదికి గెంటి, మిగిలిన ఆరుపెట్టెలను పడమటివైపు తోస్తుంది.

(11) పడమటి ఇంజను తిరిగివచ్చి, సైడులైను మీది పడమటి పెట్టెను బయటికి లాగి, మెయిన్‌లైను మీద పడమరగా జరిగి, చివరి రెండు పడమటి పెట్టెలను కలుపుకుని, తూర్పుదిశగా సాగిపోతుంది. తూర్పు ఇంజను తన పెట్టెలను తీసుకుని పడమరగా సాగిపోతుంది.

135. ఫెయిల్ అయినవారిలో $\frac{1}{3}$ వ వంతు ఇంగ్లీషులోనూ, $\frac{1}{4}$ వ వంతు ఫ్రెంచిలోనూ, $\frac{1}{5}$ వ వంతు జర్మన్‌లోనూ ఫెయిల్ అవలేదు.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{47}{60}$$

కనుక మొత్తం ఫెయిల్ అయినవారిలో $\frac{47}{60}$ వ వంతు విద్యార్థులలో మూడు భాషలలోనూ ఫెయిల్ అయినవాళ్ళు ఉండరు. అంటే అర్థమం $\frac{13}{60}$ వ వంతు మూడు భాషలలోనూ ఫెయిల్ అయి ఉంటారు. ఇది 26 కి సమానం అని చెప్పి ఉండడంచేత ఫెయిల్ అయినవారి సంఖ్య 120 అయి ఉండాలి.

136. 17380 లో నుంచి 52 తీసివేసి, 57 చే భాగిస్తే 304 వస్తుంది. అంటే అసలు విభాజకం 364 అన్నమాట దీనిని బట్టి విభాజ్యం 20,800 అని తెలుసుకోవచ్చు.

137. పేకముక్క వైశాల్యం $2 \times 2\frac{1}{2} = 5$ చ. అం. బల్లమీద పరిచిన మొత్తం ముక్కలు $= 2n$ అనుకుందాం. $2n$ అనుకోవడం ఎందుకంటే మిగిలిపో యినవి సరిసంఖ్య ముక్కలు (కళావరు, అరకు ముక్కలు సమాన సంఖ్యలో మిగిలిపోయాయి అనికదా చెప్పేరు). కనుక బల్ల మీద పరిచినవి కూడా సరిసంఖ్య ముక్కలే. దీనిని సూచించడానికే $2n$ ని వాడుకచేశాం.

కనుక బల్ల వైశాల్యం $= 2n \times 5 + 4 = 10n + 4$ చ. అం.

బల్ల వెడల్పు a అంగుళాలు అనుకుందాం, అప్పుడు పొడవు $= a + 2$ అం.

కనుక బల్లవైశాల్యం $= a(a+2) = a^2 + 2a$ చ.అం.

$\therefore \quad a^2 + 2a = 10n + 4$

రెండువైపులా 1 కలిపితే

$a^2 + 2a + 1 = 10n + 5$

$\therefore \quad (a+1)^2 = 10n + 5$

అంటే $10n + 5)$ అనేది వర్గసంఖ్య అనీ, దానికి చివర 5 ఉంది అనీ తెలుస్తోంది. ఇటువంటి – మన సమస్యకు నప్పే సంఖ్య 225 మాత్రమే.

కనుక $n = 22$

కనుక బల్ల మీద పరిచిన ముక్కలు $= 44$

మిగిలిపోయిన ముక్కలు $= 52 - 44 = 8$

అందులో కళావరు ముక్కలు $= 4$, అరకుముక్కలు $= 4$

$(a+1)^2 = 225$

$\therefore a + 1 = 15$. లేక $a = 14$ అంగుళాలు

కనుక ఆ బల్ల వెడల్పు $= 14$ అం.

పొడవు $= 16$ అం.

138. పది అనే సంఖ్యను రకరకాలుగా విభజించి చూద్దాం.

$$10 = 1 + 9; 1 \times 9 = 9$$

$$10 = 2 + 8; 2 \times 8 = 16$$

$$10 = 3 + 7; 3 \times 7 = 21$$

$$10 = 4 + 6; 4 \times 6 = 24$$

$$10 = 5 + 5; 5 \times 5 = 25$$

పదిని ఏ విధంగా విడదీసి గుణించినా 25 కన్న అధికంగా లబ్ధం రావడంలేదు.

పోనీ భిన్నములుగా విడదీసినా $(4\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{2} = 24\frac{3}{4})$ లబ్ధం 25 కన్న అధికంగా రాదు.

మరి ఎల్లాగ? 'ఊహాసంఖ్యలు' (IMAGINARY NUMBERS) వాడితేనే ఇది సాధ్యం అవుతుంది.

ఇచ్చిన సంఖ్య $2x$ అనుకుందాం.

దీనిని $(x + y), (x - y)$ అనే రెండు సంఖ్యలుగా విడతీద్దాం. వీటి మొత్తం $= x + y + x - y = 2x$ సరిపోయింది.

వీటి లబ్ధం $= (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

ఇది 40 కి సమానం కావాలి.

$$2x = 10; x = 5; x^2 = 25$$

$$x^2 - y^2 = 40$$

$$\therefore \quad y^2 = x^2 - 40 = -15$$

$$\therefore \quad y = \sqrt{-15}$$

ఇది 'నిజమైన సంఖ్య' (REAL NUMBER) కాదు. ఊహాసంఖ్య మాత్రమే అని గుర్తుంచుకోవాలి.

ఈ విధంగా $(5 + \sqrt{-15}), (5 - \sqrt{-15})$ అని పదిని రెండు సంఖ్యలుగా విడదీస్తే, వాటి లబ్ధం 40 కి సమానం అవుతుంది.

139. ఆ రైలు టిక్కెట్టు నంబరు 36481

$$36 = 6^2$$

$4 = 2^2$

$81 = 9^2$

$36481 = 191^2$

191 అవిభాజ్యసంఖ్య, పైగా ద్విముఖసంఖ్య కూడాను.

140.

$1296 = 36^2; 2916 = 54^2; 9216 = 96^2$

$11664 = 108^2; 16641 = 129^2; 41616 = 204^2$

$23716 = 154^2; 32761 = 181^2; 72361 = 269^2$

$36481 = 191^2; 38416 = 196^2; 43681 = 209^2$

$42849 = 207^2; 49284 = 222^2; 82944 = 288^2$

141. ఇటువంటి స్వయంభూలక్షణం కలిగిన రెండు అంకెల సంఖ్య మరొకటి ఉంది. అదే 76

$76^2 = 5776$

$376^2 = 141376$

$76^3 = 438976$

$76^4 = 33362176$

....

మూడు అంకెలను వర్గిస్తే చివరమళ్లీ అవే మూడు అంకెలు ప్రత్యక్షమయే సంఖ్యలు 625, 376 లు మాత్రమే ఉన్నాయి.

$376^2 = 141376$

$625^2 = 390625$

142. బస్సునంబరు 196. ఇది 14 యొక్క వర్గం. దీనిని తలకిందులుచేసి చూస్తే 961 వస్తుంది. ఇది 31 యొక్క వర్గం.

143. కొడుకు వయస్సు = 14

తండ్రి వయస్సు =44

$1444 = 38^2$

25 ఏళ్ల తరవాత కొడుకు వయస్సు = 39

25 ఏళ్ల తరవాత తండ్రి వయస్సు = 69

$3969 = 63^2$

ఈ సమస్యను సాధించడానికి 1 నుంచి 100 వరకూ గల సంఖ్యల వర్గముల పట్టికను దగ్గర పెట్టుకుంటే చాలు.

144. ఆ కారు నంబరు 6889

ఇది 83 యొక్క వర్గం.

145. జమీందారు చెప్పిన ప్రకారం ఆ చదరపు పొలం తాలూకు భుజం $= a$ గజములు అనుకుందాం. కనుక వైశాల్యం $= a^2$ చ. గ.

రైతుకొలతల ప్రకారం భుజం $= (a - 2)$ గ.

కనుక అసలు వైశాల్యం $= (a - 2)^2$ చ. గ.

$a^2 - (a - 2)^2 =$ ఒక ఎకరం $= 4840$ చ. గ.

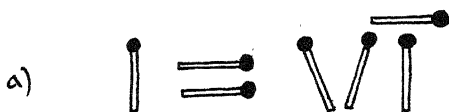
$\therefore \quad (a + a - 2)(a - a + 2) = 4840$

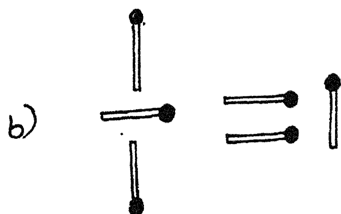
కనుక $a = 1211$ గజాలు

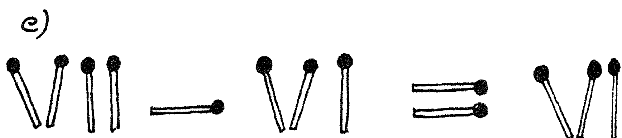
కనుక ఆ భూమి అసలు వైశాల్యం $= (1209)^2$ చ. గ.

లేక $\frac{(1209 \times 1209)}{4840}$ = 302 ఎకరాలు

146.







147. ఒక కప్పులో ఒక గింజ, రెండవ కప్పులో మూడు గింజలు వెయ్యి. మిగిలిన రెండు గింజలనూ సాసరులో వేసి, ఒక్క గింజవేసిన కప్పును ఆ సాసరులో పెట్టు.

ఇప్పుడు లెక్క సరిపోలేదూ?

148. 4913 యొక్క ఘనమూలం $= 4 + 9 + 1 + 3 = 17$

5832 యొక్క ఘనమూలం $= 5 + 8 + 3 + 2 = 18$

17576 యొక్క ఘనమూలం $= 1 + 7 + 5 + 7 + 6 = 26$

19683 యొక్క ఘనమూలం $= 1 + 9 + 6 + 8 + 3 = 27$

149.

$370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$

$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$

$407 = 4^3 + 0^3 + 7^3$

150. కొన్న కోళ్ల సంఖ్య x అనీ, బాతుల సంఖ్య y అనీ అనుకుందాం.

కనుక $x + y = 25$

బాతులు a రెట్లు, కోళ్లు $3a$ రెట్లు ఎక్కువ అయాయి అనుకుందాం. అంటే ప్రస్తుతం

$$x + 3ax + y + ay = 200$$

ఈ రెండు సమీకరణాలనూ ఉపయోగించి x, y, a ల విలువలు కనుక్కోవాలి. ఈ మూడు అజ్ఞాత విషయాలూ పూర్ణసంఖ్యలే అయివుండాలి అన్న అదనపు సమాచారాన్ని కూడా ఉపయోగించుకుని, దీనిని సాధించవచ్చు.

అతడు ముందర కొన్నవి 5 కోళ్లూ, 20 బాతులూనూ, కోళ్లు 15 రెట్లు ఎక్కువ అయాయి. అంటే ప్రస్తుతం ఉన్నకోళ్లు $= 5 + 5 \times 15 = 80$.

బాతులు 5 రెట్లు ఎక్కువ అయాయి. అంటే ప్రస్తుతం ఉన్న బాతులు $= 20 + 20 \times 5 = 120$

మొత్తం $= 80 + 120 = 200$ పక్షులు

151.

$$1000,000 = 352^2 + 936^2$$

$$100,000 = 12^2 + 316^2$$

$$10,000 = 28^2 + 96^2$$

$$1000 = 18^2 + 26^2$$

$$100 = 8^2 + 6^2$$

$$10 = 1^2 + 3^2$$

ఐదుసార్లు అగ్రచ్ఛేదం చేసినప్పటికీ రెండు వర్గముల మొత్తం అయే లక్షణం గల్లంతు కాకుండా మిగిలి ఉంది.

152. ముందర ఇచ్చిన సంఖ్యకి 'మూలాంకం' నిర్ణయించాలి. ఇచ్చిన సంఖ్యలోని అంకెలన్నీ కూడితే 59 వస్తుంది. $5 + 9 = 14$. మళ్లీ $1 + 4 = 5$. ఇదే ఆ సంఖ్య యొక్క మూలాంకం.

వరుసగా వర్గసంఖ్యలు, వాటి మూలాంకములు వ్రాద్దాం.

వర్గ సంఖ్య	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256
మూలాంకం	1	4	9	7	7	9	4	1	9	1	4	9	7	7	9	4

దీనిని బట్టి తెలుస్తున్నదేమిటంటే పరిపూర్ణ వర్గసంఖ్యల మూలాంకములు 1, 4, 7, 9 అనేవి తప్ప మరొకటి అయి ఉండడానికి వీలులేదు.

మూలాంకములు 1, 4, 7, 9 అయినంతమాత్రాన అవి వర్గసంఖ్యలు అని నిర్ణయించడానికి వీలులేదు. మూలాంకం 1, 4, 7, 9 కాకపోతే మాత్రం అది వర్గసంఖ్యకాదని ఖచ్చితంగా చెప్పవచ్చు.

ఈ సమస్యలో మనకు ఇచ్చిన సంఖ్య తాలూకు మూలాంకం 5 కనుక అది వర్గసంఖ్య కాదని నిస్సందేహంగా చెప్పవచ్చు.

153. ఆ ఊళ్లను మొదటి అక్షరాలతో వ్యవహరిద్దాం సౌలభ్యం కోసం. ఈ మూడు ఊళ్లూ కా, మా, గ అనే త్రిభుజంగా ఏర్పడతాయి. మా నుంచి కా, గ మీదికి మా, ల అనే లంబరేఖ గీస్తే, దీని పొడవు 12 మైళ్లు.

కా, మా +మా, గ = 35

కా, గ x మైళ్లు అనుకుంటే, మా, గ $(35-x)$ మైళ్లు అవుతుంది. అప్పుడు

కా, గ = కా, ల +ల, గ $= \sqrt{x^2-12^2} + \sqrt{(35-x)^2-12^2}$

ఈ సమీకరణాన్ని సాధించడానికి ఆ ఊళ్లమధ్య దూరాలు పూర్ణసంఖ్యలలో ఉన్నాయి అన్న సమాచారాన్ని ఉపయోగించుకోవాలి.

x విలువ 12 కన్న ఎక్కువే ఉండాలి, లేకుంటే $\sqrt{x^2-12^2}$ అనే

దానికి అర్థం ఉండదు. x కి 13, 14, 15, 16, 17 .... వగైరా విలువలు ఇచ్చి, పై వర్గమూలాలు సాధించి, పూర్ణసంఖ్యలు వచ్చిన x విలువనే గ్రహించాలి. $x = 15$ అయితేనే ఇవి పూర్ణసంఖ్యలు అవుతాయని తెలుస్తోంది కనుక,

'కా' 'మా' = 15 మైళ్లు , 'మా' 'గ' = 20 మైళ్లు

'కా''గ' ='కా' 'ల' + 'ల''గ' $= 9 + 16 = 25$ మైళ్లు

154. వంకరగా ఉన్న ఒరలో సరిగ్గా పట్టడానికి.

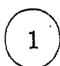
155. మొట్టమొదట గుర్రపు నడకకు అమిరేలాగ మొదటి 20 గదులలోనూ 1 నుంచి 20 వరకూ అంకెలను వరుసగా వెయ్యాలి. దీనిని చాలారకాలుగా వెయ్యవచ్చు. వీటిలో అన్నిటికన్న సౌకర్యమైనది వెతుక్కోవాలి. దానిని సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులలో సాధించడానికి తరవాత ప్రయత్నించాలి.

1	18	9	14	5
8	13	4	19	10
17	2	11	6	15
12	7	16	3	20

ఇక్కడి బొమ్మలో చూపిన అమరికలో 1, 5, 10, 15, 20 అనే కుక్కల స్థానాలను మార్చనక్కరలేదు. దీనిని 46 ఎత్తులలో ఈ క్రింది విధంగా సాధించవచ్చు.

16-21; 16-22; 16-23; 17-16; 12-17; 12-22; 12-21; 7-12; 7-17; 7-22; 11-12; 11-17; 2-7; 2-12; 6-11; 8-7; 8-6; 13-8; 18-13; 11-18; 2-17; 18-12; 18-7; 18-2; 13-7; 3-8; 3-13; 4-3; 4-8; 9-4; 9-3; 14-9; 14-4; 19-14; 19-9; 3-14; 3-19; 6-12; 6-13; 6-14; 17-11; 12-16; 2-12; 7-17; 11-13; 16-18

156. ఇటువంటి సమస్యలకు 'సంభావ్యత' (PROBABILITY) అనే ప్రత్యేక గణితాన్ని ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకి 1, 2 అనే అంకెలు వేసిన అట్టముక్కలు రెండు తీసుకుని, వాటిని ఒక వరుసలో రెండు రకాలుగా ఇక్కడ చూపినట్లు అమర్చవచ్చు. ఇటువంటి అట్టముక్కలు









1, 2, 3 అనేవి మూడు ఉంటే వీటిని 1x2x3 = 6 విధాలుగా అమర్చవచ్చు, ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లు. నాలుగురకాల అట్టముక్కలుంటే 1x2x3x4 = 24 రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

1	2	3
1	3	2
2	3	1
2	1	3
3	1	2
3	2	1

ఐదురకాల ముక్కలు ఉంటే 1x2x3x4x5 = 120 రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

ఇలాగే ఎన్ని వస్తువులున్నా వాటిని ఎన్నిరకాలుగా అమర్చవచ్చునో సులభంగా చెప్పవచ్చు.

చదరంగంలో తెలుపు బలగాన్ని ముందర చూద్దాం. ఇందులోని 8 బంట్లను 1x2x3x4x5x6x7x8 = 40320 రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

రెండు ఏనుగులను 2 రకాలుగానూ, రెండు శకట్లను 2 రకాలుగానూ, 2 గుర్రాలను రెండు విధాలుగానూ అమర్చవచ్చు.

కనుక మొత్తం తెల్లబలగాన్ని అంతనూ

40320 x 2 x 2 x 2 = 322560 రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

నల్లబలగాన్ని మరో ఇన్ని రకాలుగా అమర్చవచ్చునుకదా? కనుక మొత్తం చద రంగపు బలగాన్ని అంతనూ

322, 560 x 322, 560 = 104, 044, 953, 600 రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

ప్రతి ఆటగాడికీ కుడిచివర ఏనుగు గది తెల్లనిదై ఉండాలనే నియమంవల్ల చదరంగబల్లను రెండు విధాలుగా పెట్టుకోవచ్చు. కనుక బల్లమీద బలగాన్ని 2 x 104, 044, 953, 600 = 208, 089, 907, 200 రకాలుగా అమర్చవచ్చు!

రోజుకి ఒకరకంగా బలగాన్ని అమరుస్తూపోతే మళ్లీ 208, 089, 907, 200 రోజుల తరువాత (లేదా సుమారు 57 కోట్ల సంవత్సరాల తరవాత) మొదట అమర్చిన పద్ధతిలోనే మళ్లీ బలగాన్ని అమర్చవచ్చు!

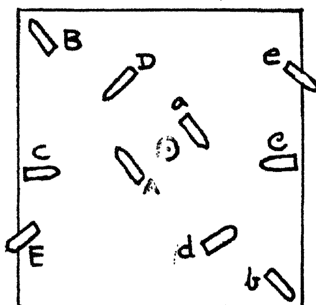
157. ఈ సమస్యని చూపించినప్పుడు కొందరు 'బల్ల' సైజు ఎంతో, సుద్దముక్క ఎంతలావు ఎంతపొడుగు వుందో తెలియనిదే ఎవరు నెగ్గుతారో చెప్పడం కష్ట

మన్నారు. నిజానికి ఈ సమస్యను సాధించడానికి ఇవేవీ అవసరం కాదుకానీ, అడిగేరు కనుక చెప్తాను. చదరపు బల్ల పొడవు వెడల్పులు రెండు అడుగుల కన్న ఎక్కువే. కొత్త సీమ సుద్దముక్కల సైజు కొలిచి మీరే చూసుకోండి, ఒకరు చెప్పేదేమిటి?

బల్ల పొడవుకీ, సుద్దముక్క పొడవుకీ ఏదో సంబంధం ఉంది అన్నారు కొందరు. ఈ సమస్య సంభావ్యతా గణితశాఖకు సంబంధించినది అని మరికొందరు అన్నారు. మొదటి వాడే నెగ్గుతాడని కొందరూ రెండోవాడు విధిగా నెగ్గుతాడని కొందరూ వాదించారు. ఒకడు బల్లమీద సుద్దముక్కల్ని ఒక వరుసలో పేర్చుకుంటూపోతే రెండోవాడు నెగ్గుతాడని ఒకరి ఊహ కానీ, రెండోవాడు నెగ్గడానికి వీలుగా మొదటివాడు ఎందుకు ఆడతాడు? ఎవరిమటుక్కి వాళ్లు తామే నెగ్గాలనికదా అనుకుంటారు? ఎదుటి వాడికి చోటు ఇవ్వకూడదనే ఉద్దేశంతో సాధ్యమైనంత వంకరటింకరగా సుద్దముక్కల్ని ప్రతి ఒక్కడూ అమరుస్తాడు. అటువంటప్పుడు రెండో వాడే నెగ్గుతాడని ఎలా చెప్పగలం?

నిజానికి జాగ్రత్తగా ఆడితే మొదటివాడు విధిగా నెగ్గుతాడు. అది ఎలా సాధ్యమో ఇక్కడ చూపిస్తాను.

మొదటివాడు బల్లకి సరిగ్గా కేంద్రబిందువు దగ్గర సుద్దముక్కను నిటారుగా నిలుచోబెట్టాలి. దీనిని ఇక్కడి బొమ్మలో బల్లకి మధ్యలో సున్నతో సూచించాను.



అటు తరవాత రెండవ ఆటగాడు తన సుద్దముక్కను బల్ల మీద ఎక్కడ ఏ విధంగా పెట్టినా, దానికి సరిగ్గా 'సౌష్టవబిందువు' (symmetrical point) దగ్గర సరిగ్గా అదే పద్ధతిలో సుద్దముక్కలను మొదటివాడు పెట్టుకుంటూ వెళ్లాలి.

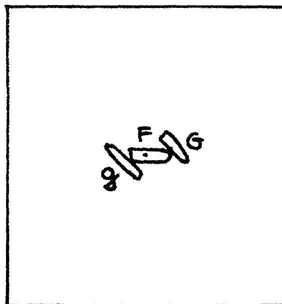
సౌష్టవబిందువు అంటే ఏమిటో కొంచెం వివరణ అవసరం అనుకుంటాను. రెండవవాడు A అనే చోట తన మొదటి సుద్దముక్కను పెట్టేడనుకుందాం. A నుంచి కేంద్రబిందువుకి సరళరేఖ గీసి, సరిగ్గా మరో అంతదూరం పొడిగిస్తే

a అనే బిందువు వస్తుంది. a అనేది A కి సౌష్టవబిందువు అవుతుంది. మొదటివాడు a దగ్గర సరిగ్గా అదే పద్ధతిలో తన సుద్దముక్కను పెట్టాలి. తరవాత రెండవవాడు B దగ్గర సుద్దముక్క పెడితే, దానికి సౌష్టవ బిందువు అయిన b దగ్గర అదే పద్ధతిలో మొదటివాడు పెట్టాలి. ఇదే విధంగా రెండోవాడు ఎక్కడ ఏ పద్ధతిలో పెడితే మొదటివాడు సౌష్టవబిందువు దగ్గర అతడిని తు.చ. తప్పకుండా అనుకరిస్తూపోవాలి.

సుద్దముక్కలు అన్నీ ఒకే సైజు, ఆకారమూ కలవి కనుక రెండోవాడు బల్ల మీద ఎక్కడ ఏ విధంగా (ఇతర సుద్దముక్కలకి తగలకుండా) తన సుద్ద ముక్కని పెట్టినా, సరిగ్గా దాని సౌష్టవ బిందువు దగ్గర అదే పద్ధతిలో మరో సుద్దముక్కను పెట్టడం మొదటివాడికి ఎల్లప్పుడూ సాధ్యమే. సందేహం లేదు. కొంత సేపటికి బల్లనిండిపోయి, సుద్దముక్క పెట్టడానికి రెండో వాడికి జాగాలేకపోవచ్చు. రెండోవాడికి జాగాదొరికితే, దాని సౌష్టవ బిందువు దగ్గర మొదటివాడికి తప్పకుండా జాగా దొరుకుతుంది. కనుక, మొదటివాడు విధిగా నెగ్గుతాడు.

సరిగ్గా సౌష్టవ బిందువు దగ్గర మొదటివాడు అదే పద్ధతిలో సుద్దముక్కను పెట్టలేకపోవచ్చునని కొందరు సందేహించవచ్చు. కాని అది తార్కికమైన వాదంకాదు పెట్టడానికి చోటు ఉంటుంది, కనుక సరిగ్గా పెట్టగలగాలి. పెడితే మొదటివాడు నెగ్గుతాడు.

బల్లకి సరిగ్గా కేంద్రబిందువు దగ్గర మొదటివాడు మొట్టమొదటి సుద్దముక్కను నిటారుగా నిలువబెట్టాలి అని చెప్పడానికి కారణం ఉంది.



మొదటి సుద్దముక్కను నిలువబెట్టడానికి బదులు అడ్డంగా పడుకోబెడితే వచ్చే ఇబ్బంది ఏమిటో ఇక్కడి బొమ్మలో చూపించాను.

కేంద్రబిందువు దగ్గర మొదటివాడు సుద్దముక్కను (F) పడుకోబెట్టాడనుకుందాం. అప్పుడు రెండవవాడు G అనే సుద్దముక్క తాలూకు సన్నని ముక్కుకి సాధ్యమైనంత దగ్గరలో పెట్టగలడు. అప్పుడు దాని సౌష్టవ బిందువు దగ్గర అదే పద్ధతిలో

మరో g అనే సుద్దముక్కను F తాలూకు లావుపాటి అంచుకి తగలకుండా పెట్టడం మొదటివాడికి సాధ్యంగాదు. దీనికి కారణం సుద్దముక్కరూళ్ల కర్ర లాగ (సిలిండరు ఆకారంలో) కాక, ఒకవైపునలావుగానూ, వెళ్లినకొద్దీ సన్నంగానూ (పిరమిడు ఆకారంలో) ఉండడమే.

అడ్డంగా పడుకోబెట్టిన మొదటి సుద్దముక్కకి తగలకుండా రవ్వంతదూరంగా g అనే సుద్దముక్కని పెడితే ఏమవుతుంది అంటారేమో. సౌష్టవధర్మాన్ని పాటించకపోవడంవల్ల మొదటివాడికి ముందుముందు ఇబ్బందులు ఎదురు అవుతాయి. కనుక మొదటివాడు నెగ్గితీరుతాడని చెప్పలేము.

కేంద్రబిందువుకి సౌష్టవబిందువు అంటూ మరొకటి బల్లమీద ఎక్కడా లేదు కనుక, ఇక్కడ మొదటి సుద్దముక్కను నిలువబెడితే, రెండోవాడు దీనిని అనుకరించలేడు. కనుక ఓడిపోతాడు.

158. దీనికి ఫిబొనాసీ ఇచ్చిన జవాబు ఇదీ.

$\frac{1681}{144}$; దీని వర్గమూలం $= \frac{41}{12}$

$\frac{1681}{144} + 5 = \frac{2401}{144}$; దీని వర్గమూలం $= \frac{49}{12}$

$\frac{1681}{144} - 5 = \frac{961}{144}$; దీని వర్గమూలం $= \frac{31}{12}$

అన్నట్లు ఫ్రెడరిక్ చక్రవర్తి సమస్యకు ఫిబొనాసీ ఇచ్చిన సమాధానం ఒక్కటే

కాక, ఇంకా అనంతమైన జవాబులు వ్రాయవచ్చు. కాని, ఈ సమస్యలో 5 కి బదులుగా 1, 2, 3, 4 లలో ఏది ఇచ్చినా ఈ సమస్య అసాధ్యమై ఉండేది.

159. ఈ ఆటలో కొన్ని అతిముఖ్యమైన కీలకస్థానాలు ఉన్నాయి. ఆ కీలక స్థానాలకు చేరుకోగలిగితే విధిగా విజయం నీదే.

ఈ ఆటలో 89 వ గింజను నువ్వు తీసుకున్నావనుకో. అప్పుడు ఇంక పోగులో 11 గింజలు మిగులుతాయి. ఈ 11 గింజలపోగులో నుంచి నీ ప్రతిపక్షి 1కీ 10కీ మధ్యని ఎన్ని గింజలు తీసుకున్నాసరే, మిగిలిన గింజలన్నీ నువ్వు తీసుకుని ఆటనెగ్గవచ్చు. ఉదాహరణకి, అతడు ఒక్క గింజ తీసుకుంటే, నువ్వు మిగిలిన పది గింజలూ తీసేసుకోవచ్చు. అతడు 6 గింజలు తీసుకుంటే నువ్వు మిగిలిన 5 గింజలూ తీసేసుకోవచ్చు. అతడు 10 గింజల కన్న ఎక్కువ తీసుకోడానికి వీలులేదు కనుక నీకు విజయం తప్పదు.

దీనిని బట్టి 89 వ గింజను తీసుకోవడం అతిముఖ్యమైన కీలకస్థానం అని తెలుస్తోంది (లేదా పోగులో 11 గింజలు మిగల్చాలి).

ఈ ఎత్తుకి ముందర 78 వ గింజను తీసుకోవడం అనే మరో కీలకస్థానం ఉంది (లేదా పోగులో 22 గింజలు మిగల్చాలి). నువ్వు 78 ని చేరుకోగలిగితే, తరవాత ఎత్తులో 89 ని తప్పకుండా చేరుకోగలుగుతావు. కనుక విజయం నీదే.

ఈ విధంగా వెనుకకు లెక్క వేసుకుంటూ వెడితే 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1 అనేవి నీవు చేరుకోవలసిన కీలకస్థానాలు అని గ్రహించవచ్చు. (లేదా, పోగులో వదలవలసిన గింజల సంఖ్యలు 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 అన్నమాట).

ఈ కీలక స్థానాలలో దేనిని ఆక్రమించినా (అంటే అన్నవ గింజను తీసుకోగ లిగితే) ఇక అటు తరువాత కీలకస్థానాల నన్నిటినీ నీవే ఆక్రమిస్తూపోయి, విజయం సాధించ గలుగుతావు. ఒకసారి ఏదో ఒక కీలక స్థానాన్ని ఆక్ర మించావంటే ప్రతిపక్షి నిన్ను ఆ స్థానం నుంచి తొలగించలేడు.

ప్రతిపక్షికి కూడా ఈ రహస్యం తెలుసుననుకో అప్పుడు మొదటి ఆట ఎవరి దైతే వారు మొట్టమొదట ఒక్క గింజను తీసుకుని ఆట నెగ్గెయ్యవచ్చు. ఈ రహస్యం ఇద్దరికీ తెలిస్తే ఈ ఆటలో మజా లేదు.

ప్రతిపక్షికి ఈ రహస్యం ముందర తెలియకపోయినా, రెండు మూడు సార్లు ఆడేక, అతడు తెలివైనవాడైతే, నువ్వు 1, 12, 23, 34 .... అనే మెట్లు ఎక్కుతున్నట్లుగా గ్రహించగలుగుతాడు. కనుక ఆట మొదట్లో ఈ కిటుకులు పాటించక, చివరకి వచ్చేస్తున్న దశలో కీలకస్థానాలను చేరుకోవడం మంచిది.

ఇదే ఆటలో రకరకాల సవరింపులు చేసుకోవచ్చు. 100 కి బదులు మీకు తోచిన మరో సంఖ్య చింతగింజలు ఎన్నుకోవచ్చు. ఒక్కొక్కసారి తీసుకో వలసిన గింజల పరిమితి 10 కి బదులు మరో సంఖ్యను ఎన్నుకోవచ్చు. ఎన్ని మార్పులు చేసినా అసలు సూత్రం అర్థం అయితే ఈ ఆట చాలా సులభం.

కుప్పలోని గింజలమొత్తం N అనీ, ఒక్కొక్కసారి తీసుకోవలసిన గింజల పరిమితి P అనీ అనుకుంటే చేరుకోవలసిన కీలకస్థానాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉంటాయి.

$N - (P+1)$; $N - 2(P+1)$; $N - 3(P+1)$ ....

ఒక్కొక్కప్పుడు ఈ ఆటనే 'తిరగేసి' ఆడుతూ ఉంటారు. ఇందులో కుప్ప లోని ఆఖరిగింజను ఎవరు తీసుకుంటే వారు ఓడినట్లు! ఇది కిందటి ఆటకి

సరిగ్గా తలకిందులు. 100 గింజలు కుప్పపోసి, 1 నుంచి 10 వరకు గింజలు తీసుకోవాలనే నియమం పెట్టుకుంటే, నీవు చేరుకోవలసిన చిట్టచివరి కీలక స్థానం 99. నీవు 99 వ గింజను తీసుకుంటే నీ ప్రతిపక్షి మూరవ గింజను తీసుకొని ఓడిపోక తప్పదు. కీలకస్థానాలు వరుసగా ఇవీ :

99, 88, 77, 66, 55, 44, 33, 22, 11

ఈ ఆటలో రెండవ ఎత్తువేసినవాడు (ధర్మసూక్ష్మం తెలిస్తే) తప్పకుండా నెగ్గుతాడు. మొత్తం కుప్పలోని గింజలు N అనీ, తీసుకోవలసిన గింజల పరిమితి P అనీ అనుకుంటే

ఈ ఆటలో చేరుకోవలసిన కీలకస్థానాలు వరుసగా ఈ క్రింది విధంగా ఉంటాయి.

(N-1) ; (N-1) - (P+1) ; (N-1) - 2 (P+1) ;

(N-1) - 3 (P+1) ....

160. మొదటివాడు ముందుగా 5 తీసెయ్యాలి. రెండవవాడు ఈ మెట్లసంగతి గ్రహించి, తానే ముందుగా ఆ స్థానాలను ఆక్రమించాలనే ఆశతో 5 తీసేసి మొత్తం 10 కి సమానం చేస్తాడనుకుందాం. అప్పుడు మొదటివాడు 2 తీసుకోవాలి. 17 చేరుకోవాలని రెండవవాడు 5 తీసుకుంటే, మొదటివాడు మళ్లీ 2 తీసుకోవాలి. 24 ను చేరుకోవడానికి రెండవవాడు మళ్లీ 5 తీసుకుంటే మొదటివాడు మళ్లీ 2 తీసుకుని మొత్తం 26 కి సమానం చెయ్యాలి. మొత్తం 31 చేయాలి అని ఉబలాటపడే రెండవవాడికి తీసుకుందామంటే ఇంక 5 లు లేవు. అంతే మొదటివాడు విధిగా నెగ్గుతాడు.

ఒకవేళ రెండో ఆటగాడు ఈ మెట్లను విడిచిపెట్టి మరో సంఖ్య మీద పడితే, అప్పుడు మొదటివాడు వెంటనే 10, 17, 24 అనే మెట్లమీదికి చేరుకోవాలి. అప్పుడు అవసరమైన అంకె అయిపోవడం అనేది జరగదు.

161. ఈ ఆటలో మెళకువలు తెలియడంకోసం ముందర మూడు బిళ్లలతో ప్రయత్నిద్దాం. ఈ మూడు బిళ్లల దొంతరను (1, 2, 3 బిళ్లలు) 'క' అనే ఊచనుంచి 7 ఎత్తులలో మరో ఊచ మీదికి మార్చవచ్చు ఈ క్రింది విధంగా.

(1) 1 ని ట మీద

(2) 2 ని చ మీద

(3) 1 ని తీసి 2 మీద

(4) 3 ని ట మీద

(5) 1 ని క మీద

(6) 2 ని 3 మీద

(7) 1 ని 2 మీద

ఇది అర్ధమయేక 4 బిళ్లలను మార్చడానికి ప్రయత్నిద్దాం. దీనికి మొత్తం 15 ఎత్తులు కావాలి. మొట్టమొదట పైన చెప్పిన 7 ఎత్తులూ వేసి, 1, 2, 3 బిళ్లలను మార్చాలి. ఆ తరవాత 4 ను ఖాళీ ఊచమీద పెట్టాలి. తరువాత 3 బిళ్లలదొంతరను 4 వ బిళ్లమీదికి పైన చెప్పిన 7 ఎత్తులూవేసి మళ్లీ మార్చాలి.

తరువాత 5 బిళ్లలతో ప్రయత్నించు. దీనికి 31 ఎత్తులు అవసరం. మొదటి 15 ఎత్తులూ నాలుగు బిళ్లలదొంతరను మరో ఊచమీదికి మార్చడానికి, 16 వ ఎత్తు 5 వ బిళ్లను ఖాళీ స్తంభం మీదికి మార్చడానికి, తరువాత 15 ఎత్తులూ మళ్లీ నాలుగు బిళ్లల దొంతరను 5 వ బిళ్లమీదికి మార్చడానికీ అవసరమవుతాయి.

ఆరు బిళ్లల దొంతరను మార్చడానికి 63 ఎత్తులూ, ఏడు బిళ్లల దొంతరను మార్చడానికి 127 ఎత్తులూ, ఎనిమిది బిళ్లలదొంతరను మార్చడానికి 255 ఎత్తులూ అవసరం.

N బిళ్లలదొంతరను మార్చడానికి $(2^N - 1)$ ఎత్తులు అవసరమవుతాయి.

పాశ్చాత్యదేశాలలో మన దేశాన్ని గురించి మనకు తెలియని చిత్రమైన కథ ఒకటి చెబుతూ ఉంటారు, ఈ మూడు స్తంభాల ఆటను గురించిన సందర్భంలో. కాశీలో విశ్వేశ్వరాలయంలో మూడు వజ్రస్తంభాలు, 64 బిళ్లలదొంతర ఒక స్తంభం మీద ఉన్నదనీ, వీటినన్నిటినీ మన ఆటలో లాగే మరో స్తంభం మీదికి మార్చండని పరమశివుడు అక్కడ పూజారులను ఆజ్ఞాపించాడనీ, ఆ పూజారులు వంతులు వేసుకుని రాత్రీపగలూ విరామం లేకుండా అదేపనిగా ఆ బిళ్లలను మార్చడంలో నిమగ్నమై ఉన్నారనీ, అన్ని బిళ్లలనూ మార్చడం పూర్తిఅవగానే ఈ ప్రపంచానికి ఆఖరు ఘడియలు వస్తాయనీ నమ్ముతారట!

కథ బాగానే ఉందికానీ, ఇతర దేశాలన్నిటా ప్రచారంలో ఉన్న ఈ విషయం మనకు మాత్రమే తెలియకపోవడం ఆశ్చర్యంగా ఉంది కదూ?

మాటవరసకి ఈ కథలో చెప్పినది నిజమే అనుకుంటే, ప్రపంచానికి ఆఖరు ఘడియలు ఎప్పుడు వస్తాయో లెక్క కట్టవచ్చు. ఆ పూజారులు తప్పులు చేయకుండా విసుగూ విరామం లేకుండా సెకనుకు ఒక ఎత్తు చొప్పున వేస్తున్నారనుకుందాం. అంటే గంటకి 3600 ఎత్తులు, రోజుకు 86, 400 ఎత్తులు, సంవత్సరానికి సుమారు 3 కోట్ల16 లక్షల ఎత్తులు వేయగలుగుతారు. మొత్తం 64 బిళ్లల దొంతరనూ మార్చడానికి $(2^{64} - 1)$ ఎత్తులు వేయాలి. ఈ విధంగా ఎత్తులు వేసుకుంటూపోతే అన్ని ఎత్తులూపూర్తి

అవడానికి ఎంత కాలం పడుతుందో ఊహించగలరా?

పది ఏళ్లా ? కాదు.

వంద ఏళ్లా ? కాదు.

వెయ్యి ఏళ్లా ? కాదు.

లక్ష ఏళ్లా ? కాదు.

సుమారు 50 వేలకోట్ల ఏళ్లు పడుతుంది !

అవును 2^{64} అనే సంఖ్య అంత పెద్దది మరి. కనుక ప్రపంచపరిసమాప్తి ముహూర్తం ఇప్పుడప్పుడే రాదులెమ్మని హాయిగా గుండెల మీద చేతులు వేసుకుని నిద్రపోవచ్చు*.

ఈ ఎత్తులు తప్పులు పోకుండా వేయడానికి అద్భుతమైన పద్ధతి ఒకటి ఉంది. అది తెలిస్తే బుర్రకి ఆట్టే శ్రమ లేకుండా ఎత్తులు వేసెయ్యవచ్చు.

వేయవలసిన ఎత్తులకు 1, 2, 3, 4 .... అని వరుసగా అంకెలు వేద్దాం. ముందర ఈ అంకెలను 'బైనరీ పద్ధతి' (BINARY CODE) లోకి మార్చుకోవాలి. అంతే. ఈ బైనరీ సంఖ్యనుచూసి, ఆ ఎత్తులో ఏ బిళ్లను తీసి ఎక్కడ ఉంచాలో చెప్పెయ్యవచ్చు తడుముకోకుండా!

బైనరీ సంఖ్య అంటే ఏమిటి?

మనం ఇప్పుడు వాడుకుంటున్న సంఖ్యలన్నిటినీ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 అనే పది అంకెలతో సూచిస్తున్నాం. కనుక దీనిని 'దశాంశ పద్ధతి' అంటారు.

* ప్రపంచానికి ఆఖరి ఘడియలు ఎప్పుడు వస్తాయో, ఎందుకు వస్తాయో తెలుసుకోదలచినవారు ఇదే పేరుగల నా పుస్తకాన్ని చూసుకోవచ్చు

బైనరీ పద్ధతిలో అయితే 0, 1 అనే రెండే రెండు అంకెలనే ఉపయోగిస్తారు. కంప్యూటర్లలో ఈ బైనరీ పద్ధతినే వాడుక చేస్తున్నారు.

దశాంశ పద్ధతి	బైనరీ పద్ధతి
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000

దశాంశ పద్ధతిలో ఉన్న సంఖ్యని బైనరీ పద్ధతిలోకి మార్చడం ఎల్లాగ?

ఇచ్చిన దశాంశ సంఖ్యని 2చే భాగించి, మిగిలిన శేషాన్ని ఒక పక్కని వెయ్యాలి. వచ్చిన విభక్తాన్ని మళ్లీ 2చే, భాగించి శేషాన్ని ఒకపక్కని వెయ్యాలి. ఈ విధంగా విభక్తాన్ని మళ్లీ మళ్లీ మళ్లీ 2 చే భాగిస్తూ పోవాలి సున్న వచ్చేవరకూ. వచ్చిన శేషాలన్నిటినీ తలకిందులు వరుసలో వేస్తే మనకు కావలసిన బైనరీ సంఖ్యవస్తుంది. ఉదాహరణకు దశాంశపద్ధతిలోని 234 అనే సంఖ్యను బైనరీ సంఖ్యగా మార్చాలి అనుకుందాం.

		శేషం
2	234	
2	117	0
2	58	1
2	29	0
2	14	1
2	7	0
2	3	1
2	1	1
	0	1

వచ్చిన శేషములను అడుగునుంచి పైకి వరుసగా వ్రాస్తే 11101010 వస్తుంది.

ఇదే బైనరీ భాషలో 234 అవుతుంది.

ఎత్తు వెయ్యడం ఎల్లాగ?

(1) ఏ బిళ్లను మార్చాలి?

ఆ ఎత్తుకి సంబంధించిన బైనరీ సంఖ్యలో కుడిచివర మొదలుపెట్టి ఎడమ వైపుకి నడుస్తూ మొట్టమొదటి ఒకటి ఎన్నోస్థానంల ఉందో లెక్కపెట్టాలి. సరిగ్గా అన్నవ బిళ్లను మార్చాలి. మన ఉదాహరణలో కుడివైపునుంచి మొదటి **ఒకటి** రెండవ స్థానంలో ఉంది. కనుక రెండవ బిళ్లను మార్చాలి. ఇది మొదటి రూలు.

(2) ఎక్కడికి మార్చాలి?

ఈ **ఒకటి** తరువాత ఎడమవైపున మరి అంకెలేవీ లేకపోతే ఆ బిళ్లను ఖాళీగా ఉన్న స్తంభం మీద పెట్టాలి.

ఈ **ఒకటి** తరువాత ఎడమవైపున ఇంకా అంకెలు ఉన్నట్లయితే, మళ్లీ కుడివైపున మొదటినుంచీ ఎడమకు లెక్కపెడుతూ రెండవ **ఒకటి** ఎన్నవస్థానంలో ఉందో చూడాలి.

సరిగ్గా అన్నవ బిళ్ళతో మనకి పని ఉంది.

అది ఇంతకు ముందు కదిపిన పెద్ద బిళ్లఅయి ఉంటుంది. నువ్వు మార్చ వలసిన బిళ్లను ఈ పెద్ద బిళ్లమీద పెట్టాలో, లేక ఆ పెద్ద బిళ్ళలేని స్తంభంమీద పెట్టాలో నిర్ణయించాలి. దీనిని నిర్ణయించడానికి మూడవ రూలు ఉపయోగించాలి.

(3) దీనిని నిర్ణయించడానికి కుడివైపునుంచి వస్తూ ఉంటే మొదటి ఒక-టికీ, రెండవ ఒకటికీ మధ్య ఎన్ని సున్నలున్నాయో లెక్కపెట్టు. ఈ రెండు ఒకట్లకీ మధ్యని సున్నలు అసలు లేకపోయినా, లేదా సరిసంఖ్యలో సున్నలు ఉన్నా రెండవ **ఒకటి** సూచించే బిళ్లమీద పెట్టాలి. ఈ సున్నలు బేసి సంఖ్యలో ఉన్నట్లయితే ఆ బిళ్లమీద పెట్టకు. మరి ఎక్కడ పెట్టాలి? మిగిలిన మరో స్తంభం మీద పెట్టాలి.

మన ఉదాహరణలో రెండవ **ఒకటి** కుడివైపునుంచి నాలుగవ స్థానంలో ఉంది. కనుక 4వ బిళ్లమీద 2వ బిళ్లను పెట్టాలో పెట్టకూడదో పరిశీలించాలి.

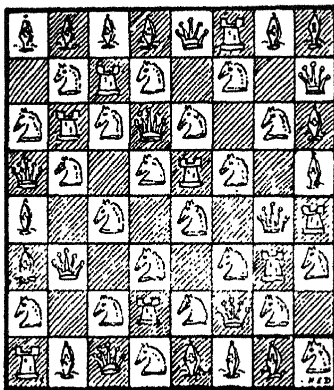
మొదటి **ఒకటికీ** రెండవ **ఒకటికీ** మధ్య బేసి సంఖ్యలో సున్నలు ఉన్నాయి కనుక ఈ 4వ బిళ్లమీద కాక, మరో స్తంభం మీద పెట్టాలి 2వ బిళ్లను.

ఇదీ వెయ్యవలసిన 234వ ఎత్తు.

ఉదాహరణకి ఇక్కడ 1 నుంచి 15 వరకూ ఎత్తులు ఎలా వెయ్యాలో చూపిస్తాను.

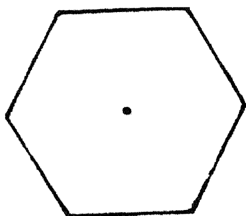
ఎత్తు	బైనరీ సంఖ్య	ఎత్తు వేయవలసిన పద్ధతి
1	1	1వ బిళ్లను మార్చు
2	10	2వ బిళ్లను మార్చు
3	11	1 ని 2 మీద ఉంచు
4	100	3 ను మార్చు
5	101	1 ని 3 మీదకు ఉంచకు
6	110	2 ను 3 మీద ఉంచు
7	111	1 ని 2 మీద ఉంచు
8	1000	4 ని మార్చు
9	1001	1 ని 4 మీద ఉంచు
10	1010	2 ని 4 మీద ఉంచకు
11	1011	1 ని 2 మీద ఉంచు
12	1100	3 ని 4 మీద ఉంచు
13	1101	1 ని 3 మీద ఉంచకు
14	1110	2 ని 3 మీద ఉంచు
15	1111	1 ని 2 మీద ఉంచు

162. ఇక్కడి బొమ్మలో చూపినట్లుగా ఆ 51 జంతువులనూ చదరంగబల్ల మీద అమర్చవచ్చు.



163. భూమి బహువిశాలంగా ఉన్నదనీ, అంచుల దగ్గర ఎలా ఉన్నా లెక్కలోకి తీసుకోనక్కరలేదనీ అనుకుంటే చతురస్రాకారంలో కంటే త్రిభుజాకారంలో పాతితే మరో 15% అధికంగా మొక్కలను పాతే అవకాశం ఉంది. ఏమంటే - సమతల ప్రదేశాన్ని ఖాళీలు మిగలకుండా పూర్తిగా కప్పదగ్గ సమభుజాకారాలు మూడేమూడు ఉన్నాయి. (1) సమబాహు త్రిభుజాలు. (2) చతురస్రములు

(3) క్రమషడ్భుజాలు. ఈ మూడు తప్ప మరి ఏ ఆకృతిని ఉపయోగించినా ఖాళీలు మిగిలి పోతాయి. భూమి అనవసరంగా వ్యర్థమైపోతుంది. ఇప్పుడు ఈ మూడు పద్ధతులలోనూ ఏదీ ఎక్కువ మొక్కలు పాతడానికి వీలుగా ఉంటుందో పరిశీలిద్దాం.



క్రమషడ్భుజాకారంలో మొక్కలు పాతితే మధ్యలో అనవసరంగా చాలా చోటు వ్యర్థమైపోతుందని చూసీ చూడగానే చెప్పవచ్చు. కాని, ఆ షడ్భుజికి మధ్యలో మరొక మొక్క పాతితే చోటు కలిసి వస్తుంది నిజమే కానీ అప్పుడు ఆ షడ్భుజి ఆరు సమబాహు త్రిభుజాలకు సమానం అవుతుంది. కనుక మొక్కలు పాతడానికి షడ్భుజాకారం ఉపయోగించినా, త్రిభుజాకారం ఉపయోగించినా తేడా ఏమీ లేదు. కనుక ఇంక ఆలోచించవలసిన పద్ధతులు రెండే రెండు మిగిలాయి. ఒకటి చతురస్రం, రెండవది సమబాహు త్రిభుజమూనూ.



చతురస్రాకారంలో పాతిన మొక్కలు — సమబాహు త్రిభుజాకారంలో పాతిన మొక్కలు

మొక్కకీ మొక్కకీ మధ్య ఉండవలసిన కనీస దూరం a అనుకుందాం. అప్పుడు చతురస్రపద్ధతిలో ఒక వరుసలోని మొక్కల మధ్యదూరమూ, వరుసకీ వరుసకీ మధ్యదూరమూ కూడా a అవుతుంది. సమబాహుత్రిభుజపద్ధతిలో ఒక వరుసలోని మొక్కలమధ్య దూరం a అయితే, వరుసకీ వరుసకీ మధ్య దూరం $\frac{a\times\sqrt{3}}{2} = 0.866a$ అవుతుంది. వరుసల మధ్యదూరం తగ్గించడంచేత

$1 : \frac{1}{0.866}$ లేదా $1 : 1.54$ నిష్పత్తిలో ఎక్కువ మొక్కలు పడతాయి. అంటే త్రిభుజ పద్ధతిలో సుమారు 15% ఎక్కువ మొక్కలు పడతాయి.

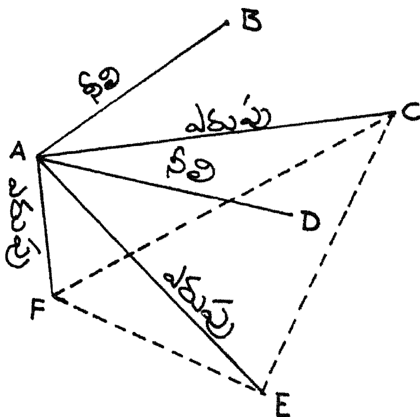
అయితే పొలం అంచుల దగ్గర కొంత స్థలం మిగిలిపోతుంది కదా అంటారేమో, పొలం చాలా పెద్దది అయితే అంచుల దగ్గర వ్యర్థమయేభాగం గణనలోకి రాదు.

164. ఆరుమేకులూ, వాటినుంచి మిగిలిన ఐదు మేకులకూ వెళ్లే దారాలు అన్నీ కలిసి గందరగోళం అయిపోతుంది; జాగ్రత్తగా ఆలోచించి సమస్యను సాధించడం ఏమంత సులభం కాదు అంటారు కొందరు.

PERMUTATIONS AND COMBINATIONS అనే గణిత శాఖను ఉపయోగిస్తే కాని సమస్య సాధ్యపడదు అని మరికొందరు అంటారు. కాని అటువంటి క్లిష్టగణితం జోలికి పోకుండానే సులువుగా దీనిని సాధించే మార్గం ఉంది.

మూడూ ఒకే రంగు దారాలుగల త్రిభుజం ఉండి తీరుతుందని సులభంగానే రుజువు చెయ్యవచ్చు.

ఇక్కడ బొమ్మలో A, B, C, D, E, F అనేవి మేకులు. ఇందులో ఏదో ఒక మేకును (ఉదాహరణకి A) తీసుకుందాం. దీనినుంచి 5 దారాలు బయలు దేరుతాయి. అందులో మూడు ఎర్రనివీ, రెండు నీలివీ అనుకుందాం. AC, AE, AF లు ఎరుపువీ, AB, AD లు నీలివీ అనుకుందాం.



ఎరుపు దారాలు మూడూ వెళ్లిన మేకులు C, E, F లు కలిసి ఒక త్రిభుజం ఏర్పడుతుంది. ఒకే త్రిభుజంలో మూడు భుజములూ ఒకేరంగువి ఉండకూడదు అనే నియమాన్ని పాటించాలి కనుక C E F త్రిభుజంలో CE, EF లు నీలివీ, CF ఎరుపువీ అనుకుందాం. అప్పుడు ACF త్రిభుజంలో మూడు దారాలూ ఎరుపువే అవుతాయి. ఈ విధంగా జరుగకుండా చేయడం సాధ్యమే కాదు.

ఈ రుజువు చాలా సులభంగా ఉంది కదూ?

165. మామూలుగా సంవత్సరానికి 365 రోజులు. లీపు సంవత్సరానికి మాత్రం 366 రోజులు. ఆ రెండు యుద్ధాలకూ మధ్య గడిచిన రోజులు

= 4382

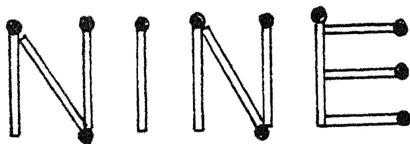
= 12 x 365 + 2

ఆ 12 సంవత్సరాలలోనూ రెండుసార్లు మాత్రమే లీపు సంవత్సరం వచ్చింది! ప్రతి నాలుగు సంవత్సరాలకూ ఒకసారి లీపుసంవత్సరం రావాలికదా? కనుక 12 ఏళ్ళలో 3 లీపు సంవత్సరాలు ఉండాలి. కాని, రెండే ఉన్నాయి. ఇదెలా సాధ్యం? ఇందులో ఒక ధర్మసూక్ష్మం ఉంది. 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంవత్సరాలు అన్నీ లీపు సంవత్సరాలు కాదు. ఉదాహరణకి 1700, 1800, 1900 లీపు సంవత్సరాలుకాదు. 1600, 2000 లీపు సంవత్సరాలే*. 400 చేత నిశ్శేషంగా భాగింపబడని శతాబ్దాలు లీపు సంవత్సరాలు కావని గుర్తుంచుకోవాలి.

మన సమస్యలో క్రీ.శ. 1800 లీపు సంవత్సరం కాదు. కనుక ఈ 12 సంవత్సరాలలోనూ ఈ 1800 వ సంవత్సరం కలిసి ఉండాలి. దీనిని బట్టి 1788, 1800 గాని ; లేక 1789, 1801 గానీ ; లేక 1790, 1802 ;...... లేక 1800, 1812 గానీ ఆ యుద్ధాలు జరిగిన సంవత్సరాలై ఉండాలి.

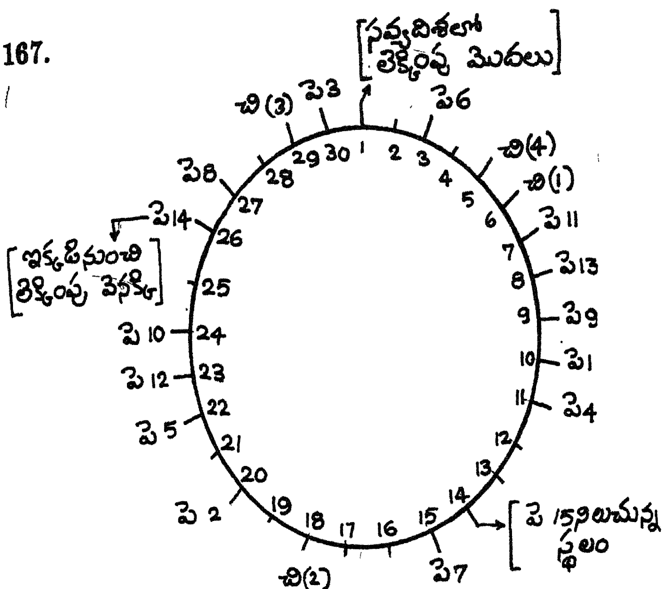
ఆ రెండు సంవత్సర సంఖ్యల మొత్తం 40 అయి ఉండాలి కనుక అవి 1796, 1808 సంవత్సరాలే అని చెప్పవచ్చు.

166.



* వివరాలకు నా "కేలండరు కథ" చదవండి

167.



168. ఎనిమిది అంకె చదరంలో ఏదో ఒక మూలగదిలో ఉంటే సమస్యని చాలా సులభంగా సాధించవచ్చు.***.

కాని బొమ్మలో చూపిన చోట ఉంటే ఎల్లా చెయ్యడం?

ఈ సమస్యలో మాయచదరంలోని సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకములు అయి ఉండాలని చెప్పలేదు; వేరువేరు సంఖ్యలు అయి ఉండాలని మాత్రమే చెప్పారు. భిన్నాంకములు కూడా సంఖ్యలేకదా? సాధారణంగా సమస్యలను సాధించేటప్పుడు చెప్పని నియమాలను ఊహించుకుని, చెప్పిన నియమాలను మర్చిపోతూ ఉంటారు. అందుకనే అవి సమస్యలు అయాయి.

$4\frac{1}{2}$	8	$2\frac{1}{2}$
3	5	7
$7\frac{1}{2}$	2	$5\frac{1}{2}$

* సవ్యదిశ. గడియారపు ముల్లుతిరిగే దిశ.

*** మాయ చదరాల మర్మం తెలుసుకోదలచిన వారు మా "మెదడుకు పదును" చదవండి

ఈ సమస్యకు జవాబు ఈ బొమ్మలో చూపించాను.

169.

1 నుంచి 8 వరకూ గల అంకెలతో 3x3 గళ్లమాయ చదరాన్ని 8 రకాలుగా తయారు చేయవచ్చు. వీటిలో ఒక్కటి మాత్రమే అసలైనది. మిగిలినవన్నీ పరిభ్రమణ, పరావర్తనాల వల్ల ఏర్పడినవే. ఈ ఎనిమిది చదరాలలోనూ సమస్యలోని షరతులకు లోబడేవి నాలుగు మాత్రమే. మళ్లీ అందులో సాధ్యమైనన్ని తక్కువ ఎత్తులకు లొంగేవి రెండు మాత్రమే. వీటిని 19 ఎత్తులలో సాధించవచ్చు. ఈ రెండు పద్ధతులనూ ఇక్కడ చూపించాను.

5		7
6	4	2
1	8	3

7	2	3
	4	8
5	6	1

ఖైదీలను ఈ క్రింది క్రమంలో మారిస్తే మొదటి చదరం వస్తుంది.

5, 3, 2, 5, 7, 6, 4, 1, 5, 7, 6, 4, 1, 6, 4, 8, 3, 2, 7

ఈ క్రింది వరుసలో మారిస్తే రెండవ చదరం వస్తుంది.

4, 1, 2, 4, 1, 6, 7, 1, 5 , 8, 1, 5 , 6 , 7 , 5 , 6, 4, 2, 7

మొదటి పద్ధతిలో ప్రతి ఒక్కడూ స్థలచలనం పొందుతాడు. రెండవ పద్ధతిలో 3 వ నంబరు ఖైదీ తన గదిలో నుంచి అసలు కదలనక్కరలేదు. కనుక రెండవ పద్ధతే మనకు కావలసినది.

మొండికేసిన ఖైదీ నంబరు 3

170. ఇందులో ఒక ధర్మసూక్ష్మం ఉంది. ముందర ఒకడు మరొకడి బుజాలమీద కూర్చుని, కాళీ అయిన గదులలోకి మారుతూ మాయచదరాన్ని నిర్మించాలి. ఈ ఇద్దరి సంఖ్యలూ కలిపి మొత్తం ఒకే సంఖ్యగా పరిగణించాలి. ఇది ఒక పద్ధతి.

మార్పులు అన్నీ అయాక ఆఖరున నరవాహనం ఎక్కినవాడైనా (నియమాన్ని ఉల్లంఘించకుండా) కాళీ గదిలోకి దూకి వెళ్లి, విడివిడి వ్యక్తులుగా మాయచదరం ఏర్పడేటట్లు చేయనూవచ్చు. ఇది రెండో పద్ధతి.

ఈ రెండు పద్ధతులలో ఏది మంచిదో నిర్ణయించుకోవాలి. నిజానికి వారిద్దరూ కలిసే (ఒకరి బుజాలమీద మరొకరు) ఉంటే 17 ఎత్తులలో మాయచదరాన్ని నిర్మించవచ్చు. రెండవ పద్ధతిలో వారిద్దరూ విడిపోతే 16 ఎత్తులలోనే దీనిని సాధించవచ్చు! మధ్యగదిలోని వ్యక్తిని మూలగదులలో ఒక దాంట్లో ఉన్న వ్యక్తి బుజాలమీద కూర్చోబెట్టి, చిట్టచివర ఈ జంటను మధ్యగదిలోకి తీసుకు రావాలి. ఆ తరువాత విడిపోవాలి. ఈ విధంగా చేస్తే తక్కువ ఎత్తులలో సాధ్యమవుతుంది.

దీనిని నాలుగు విధాలుగా చేయవచ్చు. ఈ నాలుగు పద్ధతులనూ ఇక్కడ చూపిస్తాను. బ్రాకెట్టులోని సంఖ్య బుజాలమీద ఎక్కిన జంటను సూచిస్తుంది.

5 ని *1* మీద కూర్చోబెడితే : I

6, 9, 8, 6, 4, (6), 2, 4, 9, 3, 4, 9 , (6), 7, 6, 1

2	9	4
7	5	3
6	1	8

I II పద్ధతులతో ఏర్పడే మాయచదరం

6	7	2
1	5	9
8	3	4

III IV పద్ధతులతో ఏర్పడే మాయచదరం

5 ని *9* మీద కూర్చోబెడితే : II

4, 1, 2, 4, 6, (14) , 8, 6, 1, 7, 6, 1, (14) , 3, 4, 9

5 ని ***3*** మీద కూర్చోబెడితే : III

6, (8) , 2, 6, 4, 7, 8, 4 ,7, 1, 6, 7, (8) , 9, 4, 3

5 ని ***7*** మీద కూర్చోబెడితే : IV

4, (12) , 8, 4, 6, 3, 2, 6, 3, 9, 4, 3, (12) , 1, 6, 7

పైన చూపిన I , II పద్ధతులవల్ల ఏర్పడే మాయచదరాన్ని ,III , IV పద్ధతులవల్ల ఏర్పడేచదరాన్ని ఈ బొమ్మలలో చూడవచ్చు. అన్నిటిలోనూ 16 ఎత్తులే .

అన్నిటికన్నా తక్కువ ఎత్తులు కావాలంటే ఈ నాలుగిటిలో ఏదైనా సరిపోతుంది.

బరువు నెత్తుకున్న మనిషి ఈ నాలుగు పద్ధతులలోనూ కూడా రెండు సార్లు కదలవలసి ఉంటుంది. చిట్టచివర విడిపోయే ముందు మధ్య గదిలోకి రావలసిన అవసరం ఉంది వీటిలో.

71.

ఈ సమస్యను సాధించడానికి ముందుగా 4x4 గళ్ళలో ఒకగది కాళీగా ఉంచి మాయచదరాన్ని తయారుచేసి, అక్కడి నుంచి వెనక్కి ఎత్తులు వేసుకుంటూ, ఇచ్చిన సమస్యలో ఖైదీలున్న తొలి స్థితిని చేరుకోడానికి ప్రయత్నించాలి.

10	9	7	4
6	5	11	8
1	2	12	15
13	14		3

ఈ 15 సంఖ్యలతో 4x4 గళ్ల మాయచదరాలు అనేకం తయారు చేయవచ్చు. అందులో కొన్ని చేయవలసిన ఖైదీల మార్పుల వల్ల సాధించడానికి వీలులేనివి. వాటి నన్నిటినీ తొలగించాలి. తరువాత ఏ పద్ధతి కనీసపు ఎత్తులకు లొంగుతుందో పరిశీలించాలి. ఇది అంతా చేయడానికి చాలా శ్రమ పడాలి.

తుగ్లక్ పెట్టిన నియమాలు బహుశక్లిష్టంగా ఉన్నాయి.

ఏమైతేనేమి తెలివైన ఖైదీలు ఈ సమస్యను సాధించే ఉంటారు; అది వారి జీవన్మరణ సమస్య కదా? ఇక్కడి బొమ్మలో చూపిన జవాబును ఈ క్రింది 37 ఎత్తులలో సాధించవచ్చు.

15, 14, 10, 6, 7, 3, 2, 7, 6, 11, 3, 2, 7, 6, 11, 10, 14, 3, 2, 11, 10, 9, 5, 1, 6, 10, 9, 5, 1, 6, 10, 9, 5, 2, 12, 15, 3,

ఇందులో 6,12 సంఖ్యలు అధికంగా కదిలేయి. 4,8,13,14 లు అసలు కదలనేలేదు. 12 వ నంబరు (కుంటి కాలి ఖైదీ) ఒకే ఒకసారి కదిలేడు. న్యాయమే కదా?

172.

3	2	4
4	3	2
2	4	3

మొత్తం = 9

6	5	7
7	6	5
5	7	6

మొత్తం = 18

9	8	10
10	9	8
8	10	9

మొత్తం = 27

మూడు అసులు ఒక పది మిగిలిపోతాయి.

173.

ఒక బుట్టలోని పళ్లు అన్నీ ఒక్క పిల్లవాడికే ఇవ్వడానికి వీలులేదు, ఏమంటే "కొంత మంది పిల్లలకి పంచి పెట్టు" అని పిల్లలను బహువచనంలో చెప్పేడు కనుక. అల్లాగే ఒక్కొక్క పిల్లవాడికి ఒక్కొక్క పండు మాత్రమే ఇవ్వడానికి కూడా వీలులేదు ; ఏమంటే "ప్రతి ఒక్కడికీ పళ్లు ఇతరులతో సరిసమానంగా వచ్చేటట్లు పంచి పెట్టు" అని పళ్లను బహువచనంలో చెప్పేడు కనుక. దీనిని బట్టి పిల్లల సంఖ్య, ఒక్కొక్కరికి ఇవ్వవలసిన పళ్ల సంఖ్య కూడా ఒకటి కన్న ఎక్కువగా ఉండాలి అని తెలుస్తోంది. ఇల్లా పంచడం సాధ్యం కాలేదంటే ప్రతి బుట్టలోని పళ్లు అవిభాజ్యసంఖ్యలు (PRIME NUMBERS) అయి ఉన్నాయన్నమాట. కనుక ప్రైమ్ సంఖ్యలతో మాయ చదరాన్ని ... స్తే మన సమస్యకు జవాబు దొరుకుతుంది.

ఇక్కడ అటువంటి ప్రైమ్ సంఖ్యల మాయచదరాలు నాలుగు చూపించాను

7	61	43
73	37	1
31	13	67

I (మొత్తం = 111)

83	29	101
89	71	53
41	113	59

II (మొత్తం = 213)

103	79	37
7	73	139
109	67	43

III (మొత్తం = 219)

1669	199	1249
619	1039	1459
829	1879	409

IV (మొత్తం = 3117)

I వ బొమ్మలోని ప్రైమ్ సంఖ్యల మాయచదరపు స్థిరాంకం = 111. ఇంత
కన్న తక్కువ స్థిరాంకం గల ప్రైమ్ సంఖ్యల మాయచదరం సాధ్యకాదు.
కానీ, ఈ చదరం మన సమస్యకు నప్పదు. ఏమంటే ఈ చదరంలోని ఒక
గదిలో 1 ఉంది. మన సమస్యలో "బుట్టలోని పళ్లు అన్నీ పంచిపెట్టు
" అని బహువచనంలో చెప్పడం చేత ఒకే ఒక పండు ఉన్న బుట్ట ఉండే
అవకాశం లేదు.

అల్లాగే III వ చదరం కూడా పనికిరాదు. బొమ్మలో చూస్తే ప్రతి బుట్టలోనూ
పళ్లు 7 కన్నా అధికంగానే కనబడుతున్నాయి. "బొమ్మలో చూపినట్లు "
అని ఒక చోట చెప్పి ఉండడం చేత, బొమ్మలో ప్రతి బుట్టలోనూ పళ్లు 7
కన్నా అధికంగానే ఉండడం చేత, ఒక గడిలో 7 సంఖ్య గల ఈ చదరం
నప్పదు.

అనేక వందల సపోటా పళ్లను ఒక్కొక్క బుట్టలో పెట్టడం సమంజసం కాదు
కనుక IV వ చదరం కూడా ఇక్కడ నప్పదు.

ఇకపోతే II వ చదరం ఇంచుమించుగా సరిపోతోంది. ప్రతి బుట్టలోనూ 20 కి

పైన 200 కి లోపు గానూ సపోటాపళ్లు ఉంచడం సమంజసమే. అయితే 29 పళ్లున్న బుట్టలోనూ, 113 పళ్లున్న బుట్టలోనూ కూడా పైకి కనిపిస్తున్న పళ్ల సంఖ్య బొమ్మలో ఇంచుమించు సమానంగానే ఎలా ఉన్నాయి? అనే సందేహానికి సమాధానం చెప్పడం కష్టం కాదు. బుట్ట అడుగున గడ్డి, కాగితాలు కుక్కి (FALSE BOTTOM), పళ్లు బుట్టనిండుగా ఉన్నట్లు భ్రమ కల్పించటం పళ్ల వర్తకులకు ఆనవాయితీగా ఉన్నదే కదా?

174.

ఈ సమస్య ఇంతవరకూ పూర్తిగా సాధింపబడ లేదు. అల్లాగని అసాధ్యమని రుజువు చేయబడనూ లేదు. ఇంత వరకూ లభ్యమైన జవాబులలో ఇదే అత్యుత్తమమైనది. ఇక్కడ చూపించినది కేవలతురంగ గమనమే కాకుండా " చక్రీయతురంగ గమనం" (RE-ENTRANT KNIGHT'S PATH) కూడానూ. అంటే 64 వ గది నుంచి 1 వ గదికి గుర్రపు నడకతో వెళ్లవచ్చు. ఇందులో 8 అడ్డవరుసలూ, 8 నిలువు వరుసలూ మొత్తం 260 కి సమానం. కాని ఒక ఏటవాలు వరుస మొత్తం 256, రెండవ ఏటవాలు వరుస మొత్తం 264.

46	55	44	19	58	9	22	7
43	18	47	56	21	6	59	10
54	45	20	41	12	57	8	23
17	42	53	48	5	24	11	60
52	3	32	13	40	61	34	25
31	16	49	4	33	28	37	62
2	51	14	29	64	39	26	35
15	30	1	50	27	36	63	38

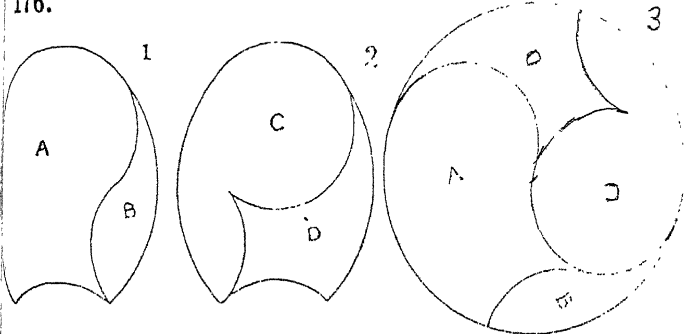
ఈ లోపాన్ని సరిదిద్ది సరియైన మాయచదరం ముందు ముందు ఎవరైనా సాధించగలరేమో చూడాలి.

175. గుర్తు కోసం గళ్లకు ఈ విధంగా అంకెలు వేద్దాం. ఇప్పుడు ఎత్తులను ఈ క్రింది విధంగా సూచించవచ్చు.

తెలుపు	నలుపు	తెలుపు	నలుపు
1. 18-15	1. 3-6	10. 20-10	10. 1-11
2. 17-8	2. 4-13	11. 3-9	11. 18-12
3. 19-14	3. 2-7	12. 10-13	12. 11-8
4. 15-5	4. 6-16	13. 19-16	13. 2-5
5. 8-3	5. 13-18	14. 16-1	14. 5-20
6. 14-9	6. 7-12	15. 9-6	15. 12-15
7. 5-10	7. 16-11	16. 13-7	16. 8-14
8. 9-19	8. 12-2	17. 6-3	17. 15-18
9. 10-4	9. 11-17	18. 7-2	18. 14-19

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

176.

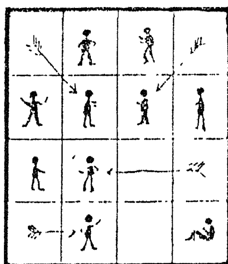


177. దీనిని 23 ఎత్తులలో ఈ క్రింది విధంగా సాధించవచ్చు.

A - B - F - E - C - A - B - F - E - C - A - B - D - H - G -

A - B - D - H - G - D - E - F

178. చేయవలసిన నాలుగు మార్పులనూ ఈ బొమ్మలో బాణపుగుర్తులతో సూచించాను. ఇప్పుడు ఇటువంటి సరిసంఖ్య వరుసలు అడ్డంగా నాలుగు, నిలువుగా నాలుగు, ఒక ఏటవాలు (ఆగ్నేయ-వాయువ్య) దిశలో ఐదు, మరొక ఏటవాలు (ఈశాన్య-నైఋతి) దిశలో మూడు ఉన్నాయి.



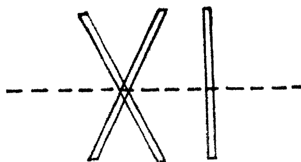
179. 13, 19 సంఖ్యలుగల డబ్బాలు ఉండవలసిన స్థానాలలోనే ఉన్నాయి; కనుక వీటిని కదుప వలసిన పనిలేదు. ఇంక మిగిలినవి 22 డబ్బాలమార్పులు. ప్రతీ మార్పు ఒక్కొక్క డబ్బాను సరియైన స్థానానికి తెస్తుంది. కనుక, మొత్తం 22 మార్పులతో దీనిని సాధించవచ్చు. కాని 17 మార్పులతోనే సాధించే అవకాశం ఉంది.

(3-1 , 2-3) ; (15-4 , 16-15) ; (17-7 , 20-17) ; (24-10 , 11-24 , 12-11);

(8-5 , 6-8 , 21-6 , 23-21 , 22-23 , 14-22 , 9-14 , 18-9)

బ్రాకెట్టులో చూపిన మార్పులవల్ల అందులోని సంఖ్యలన్నీ ఉండవలసిన స్థానాలకు వచ్చేస్తాయి.

180. II అనే రోమను సంఖ్యని నడిమికి కోస్తే ఒక్కొక్క ముక్క VI=6 కాలేదూ ?



181. దీనిని నాలుగే నాలుగు ఎత్తులలో ఈ క్రింది విధంగా సాధించవచ్చు.

8 , 9 , 3 , 1 ల మీద నుంచి 5 ; 4 మీద నుంచి 7 ;

2 , 7 ల మీద నుంచి 6 ; 6 మీద నుంచి 5. ఆఖరికి 5 వ కప్ప మధ్య గదిలో మిగులుతుంది.

182. అతడి దగ్గర ఉన్నది ఒకే ఒక గుర్రం.

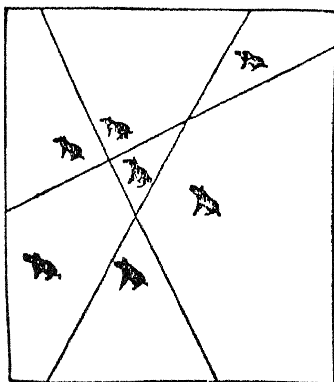
ఉదాహరణకి దీనిని 2/3 , 1/3 అని విడతీద్దాం.

అప్పుడు

$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$(\frac{2}{3})^2 - (\frac{1}{3})^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

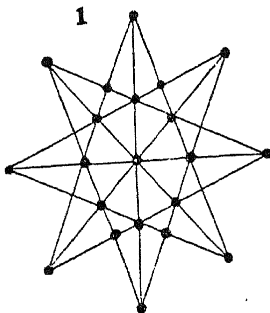
183.

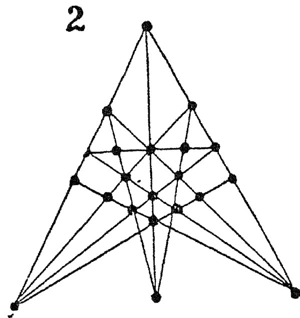


184. $\frac{7}{.7} \times \frac{7}{.7} = 100$

నిజానికి ఇది ఏ సంఖ్యకైనా సరిపోతుంది, ఒక్క ఏడుకే కాదు.

185. దీనిని ఎన్నో విధాలుగా సాధించవచ్చును గానీ కంటికి ఇంపైన రెండు పద్ధతులు మాత్రమే ఇక్కడ చూపిస్తున్నాను.





186. మొదటి ఎత్తును ఎవరువేసినాసరే, సరిగా ఆడితే 55 వ గడిని ఆక్రమించిన వాడు తప్పక నెగ్గుతాడు.

55 వ గడిలో ఉన్నవాడు మొదటి ఎత్తువేస్తే 12 ఎత్తులలోనూ, రెండవ ఎత్తు వేస్తే 14 ఎత్తులలోనూ శత్రువును పట్టి వెయ్యగలుగుతాడు. ఇతడు చెయ్యవలసిన దేమిటంటే శత్రువు నిలుచున్న గడికి ఏటవాలుగడిని ఆక్రమిస్తూ ఎదరకిపోవాలి. మొదటి ఎత్తు నీది అయితే 55 నుంచి 33 వ గదిని చేరుకోవాలి; ఈ విధంగా చేస్తే శత్రువు నీకు ఏటవాలుగదిలోకి రాకుండా నిరోధించవచ్చు.

ఉదాహరణకి రెండు పూర్తి ఆటలు చూపిస్తాను. ఇక్కడ కనకయ్య అనేవాడు 55 వ గడిలోనూ, చలమయ్య అనేవాడు 6 వ గడిలోనూ మొదట్లో తమ తమ కాయలను ఉంచుకున్నారు అనుకుందాం. కనకయ్యది మొదటిఎత్తూ, చలమయ్యది రెండోఎత్తూ అనుకుందాం. కింద చూపిన జవాబులలో అడ్డగీత (--) కి ఎడమవైపుది కనకయ్య వేసినఎత్తు, కుడివైపుది చలమయ్య వేసిన ఎత్తు అని గుర్తుంచుకోవాలి.

మొదటి ఆట : మొదటి ఎత్తు కనకయ్యది.

33 - 8 ; 32 - 15 ; 31 - 22 ; 30 - 21 ; 29 - 14 ;

22 - 7 ; 15 - 6 ; 14 - 2 ; 7 - 3 ; 6 - 4 ; 11 - ......

ఇప్పుడు చలమయ్య ఏ ఎత్తువేసినాసరే తరువాత (12 వ) ఎత్తులో కనకయ్యకి దొరికిపోతాడు.

మరో ఆట : మొదటి ఎత్తు చలమయ్యది.

- 13 ; 54 - 20 ; 53 - 27 ; 52 - 34 ; 51 - 41 ; 50 -34 ; 42 - 27 ;

35 - 20 ; 28 - 13 ; 21 - 6 ; 14 - 2 ; 7 - 3 ; 6 - 4 ; 11 -

కనకయ్య 14 వ ఎత్తులో శత్రువును పట్టెయ్యగలడు.

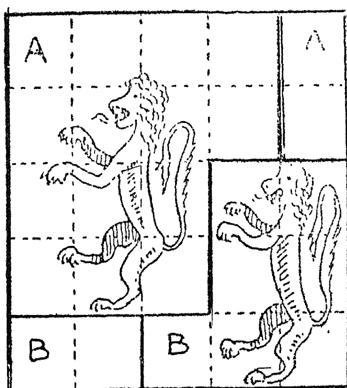
ఈ ఆటకే ఇంకా పాఠాంతరాలు కల్పించుకోవచ్చు. ఉదాహరణకి మె కాయలను ఉంచవలసిన స్థానాలను (6, 55) కి బదులు (1, 60) (4 , 57) గానీ ఏర్పాటు చేసుకోవచ్చు.

187. ఇచ్చిన చదరాన్ని 5 x 5 = 25 చిన్న చదరాలుగా ముందర విడదీయాలి. ఎందుకంటే ఇది రెండు చదరముల మొత్తమునకు సమానం కావాలి క:

$$25 = 16 + 9$$

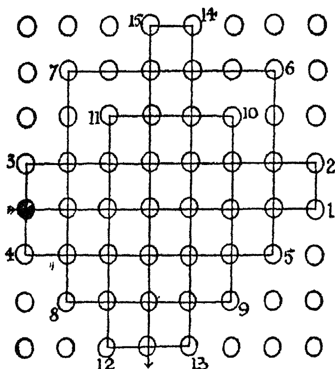
$$= 4 \times 4 + 3 \times 3$$

అంటే 16 చిన్నగళ్ల చదరం ఒకటి, 9 చిన్నగళ్ల చదరం మరొకటి తయ రుచేయవచ్చు.



A గుర్తులు గల రెండు ముక్కలూ కలిసి ఒక చదరమూ, B గుర్తులుగల రెండు ముక్కలూ కలిసి మరొక చదరమూ ఏర్పడతాయి.

188. ఇక్కడి బొమ్మలో చూపిన మార్గంలో వెడితే పదిహేను మలుపులలో మొత్తం 70 మైళ్లదూరం వెళ్లవచ్చు. మలుపుల సంఖ్యను కూడా బొమ్మలో చూడ వచ్చు. అతడు తిరుగని దారులను బొమ్మలో ఖాళీగా వదిలేశాను. ఈ ప్రయాణంలో అతడు 19 శివలింగాలను అసలు దర్శించనేలేదు.



189. ఇందులో ఒక చమత్కారం ఉంది. ఈ మాటలోని అక్షరాలు అన్నీ వేరు వేరువి అయివుంటే ఈ సమస్య అసాధ్యమై ఉండును. కానీ, ఇందులో I అనే అక్షరం రెండుసార్లు ఉండడంవల్ల, అందులోనూ ఒక I నలుపుగడిలోను, రెండవ I తెలుపు గడిలోనూ ఉండడంవల్ల ఈ సమస్య సాధ్యం అవుతోంది.

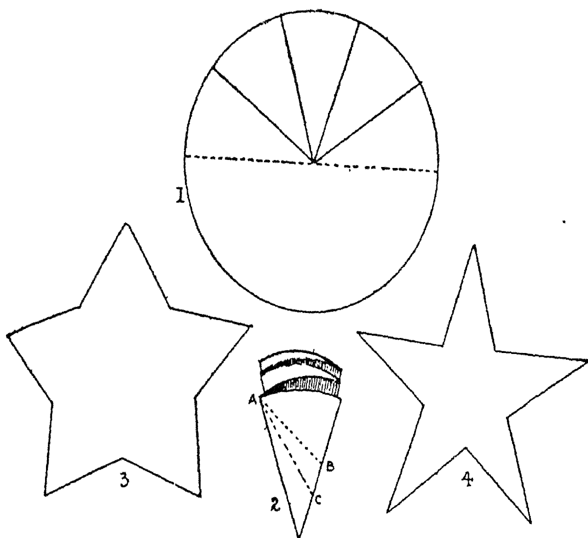
18 ఎత్తులలో సాధించదగ్గ సమాధానాలు అరు ఉన్నాయి. వాటిలో ఒకటి ఇక్కడ చూపిస్తాను.

I (1) - V - A - I (2) - R - O - T - I (1) - I (2) - A - V - I (2) - I (1) - C - I (2) - V - A - I (1)

ఇవికాక 22 ఎత్తులలో సాధించదగ్గ ఈ క్రింది జవాబు ఆసక్తికరంగా ఉంటుంది చూడండి.

A VICTOR A VICTOR A VICTOR I

190. గుండ్రంగా కత్తిరించిన కాగితపు బిళ్ల మీద కేంద్రంగుండా సరళరేఖ (వ్యాసం) గీసి, దానిని రెండు సమభాగాలుగా విడదియ్యి. ఒక అర్ధభాగాన్ని 1వ బొమ్మలో చూపినట్లుగా 36 డిగ్రీల శీర్షకోణాలుగల ఐదు సమభాగాలుగా పెన్సిలుతో గియ్యి. ఇప్పుడు ఈ గీతల గుండా కాగితపు చక్రాన్ని విసినికర్రలాగ మడతలుపెట్టి, 2వ బొమ్మలోలాగ తయారు చెయ్యి. తరువాత ఈ విసినికర్రని AB గుండా తిన్నగా కత్తిరిస్తే 3 వ బొమ్మలోని నక్షత్రమూ, AC గుండా కత్తిరిస్తే 4 వ బొమ్మలోని నక్షత్రమూ ఏర్పడతాయి.



191. A దగ్గర మొదలుపెట్టి ఆ ఇనస్పెక్టరు 36 ఫర్లాంగుల దూరం నడువవలసి ఉంటుంది, ఈ క్రింద చూపిన దారి వెంట ప్రయాణం చేస్తే.

A - B - G - H - C - D - I - H - M - N - I - J - O - N - S - R -

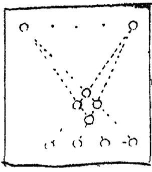
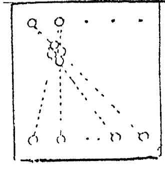
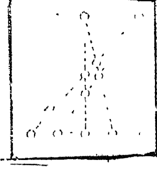
M - L - G - F - K - L - Q - R - S - T - O - J - E - D - C - B - A -

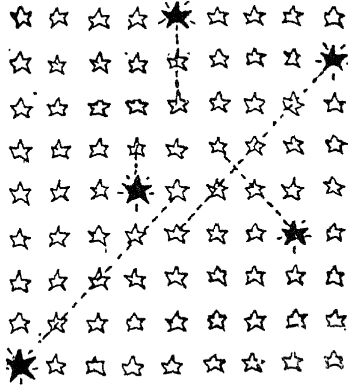
F - K - P - Q

అతడు రెండుసార్లు నడిచి వెళ్లవలసిన దారులు A-B ; C-D ; F-K ; J-O ; R-S లు. కనుక అతడు నడువవలసిన మొత్తం దూరం = 31 + 5 = 36 ఫర్లాంగులు.

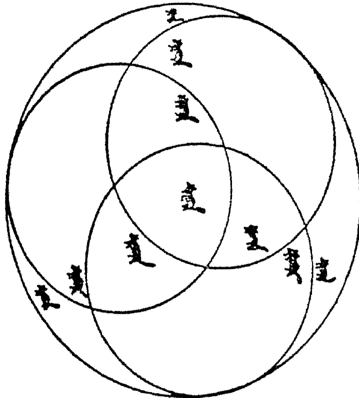
అన్నట్లు సరి సంఖ్య సొరంగాలు కలిసే A అనే చోట కాక, బేసిసంఖ్య సొరంగాలు కలిసే ఏ F దగ్గరో బయలుదేరి ఉంటే అతడు నడువవలసిన అత్యల్పదూరం 35 ఫర్లాంగులు మాత్రమే అయిఉండును.

192. ఈ బొమ్మలో చూపినట్లు 5 గ్రహాలనూ మార్చవచ్చు. ఏ గ్రహాన్ని ఎక్కడి నుంచి ఎక్కడికి మార్చేమో చుక్కలతో సూచించాను. అన్నట్లు ఈ గ్రహాల పేర్చు " దక్షిణసిలువ (SOUTHERN CROSS) " అనే నక్షత్ర సముదాయాన్ని పోలిఉందని గ్రహించే ఉంటారు.



193.

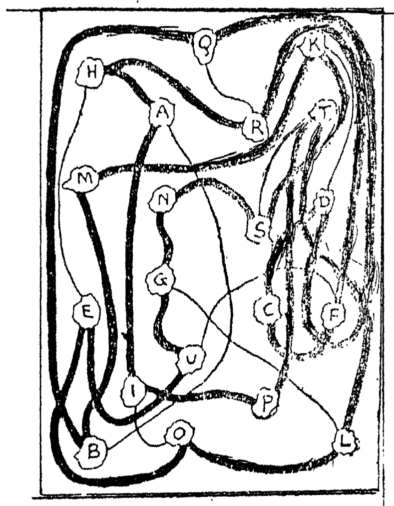


194. ఈ సమస్యకి చాలా చాలా సమాధానాలు ఉన్నాయి. వాటిలోనుంచి ము
మాత్రమే ఇక్కడ చూపిస్తాను.

195. ఈ ఆటలో రెండవసారి ఆడినవాడు విధిగా నెగ్గే అవకాశం ఉంది, కిటుకు తెలుసుకుని సరిగ్గా ఆడితే. ఆ కిటుకు ఏమిటంటే – రేకులను ఎల్లప్పుడూ రెండు సమానభాగాలు మిగిలేటట్లు చేయడమే. ఉదాహరణకి:మొదటివాడు ఒక రేకు పీకాడనుకుందాం. ఇంక 12 రేకులు మిగులుతాయి. అప్పుడు రెండవవాడు రెండోవైపున వున్న 2 రేకులు పీకి, సరిసంఖ్య (10) రేకులు మిగిలేటట్లు చెయ్యాలి. ఇప్పుడు అటు 5 రేకులు, ఇటు 5 రేకులూ ఉంటాయి. మొదటివాడు మొదట్లో 2 రేకులు పీకితే, రెండవవాడు దానికి ఎదురుగా ఉన్న ఒక్క రేకుపీకి, సరిసంఖ్య రేకులు మిగల్చాలి.

అటు తరువాత మొదటివాడు ఎక్కడ ఎన్ని రేకులు పీకితే, రెండోవాడు దానికి ఎదురుగా సరిగ్గా అన్నే రేకులు పీకుతూ పోవాలి. ఈ విధంగా చేస్తే రెండోవాడికి విజయం తప్పదు.

196. వెళ్లిన దీవికి మళ్లీ వెళ్లకుండా, అన్ని దీవులనూ చూసుకుంటూ, A దగ్గర బయలుదేరి మళ్లీ A దగ్గరే ఆఖరు అయేదారులు నాలుగు మాత్రమే ఉన్నాయి. వాటిని క్రింద ఇచ్చాను.,



I వ దారి

A - I - P - T - L - O - E - H - R - Q - D - C - F - U - G - N - S - K - M - B - A

II వ దారి

A - I - P - T - S - N - G - L - O - E - U - F - C - D - K - M - B - Q - R - H - A

III వ దారి

A - B - M - K - S - N - G - L - T - P - I - O - E - U - F - C - D - Q - R - H - A

IV వ దారి

A - I - P - T - L - O - E - U - G - N - S - K - M - B - Q - D - C - F - R - H - A

ఈ నాలుగు దారులలోనూ మనకు కావలసినది ఏది? C అనే దీవిని సాధ్యమైనంత చివరికి ఉంచాలనే నియమం వల్ల అసలు దారి బయట పడుతుంది.

I వ దారి పట్టుకుంటే C అనే దీవి 12 వది (A అనేది మొదటి దీవి అనుకుంటే) అవుతుంది.

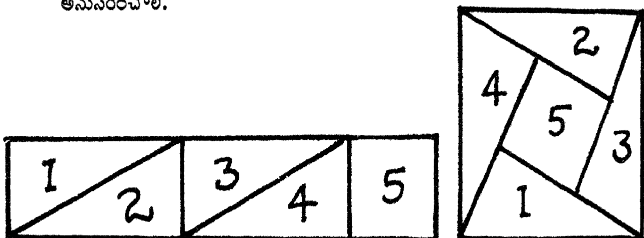
II వ దారి పట్టుకుంటే C 13 వది అవుతుంది.

III వ దారి పట్టుకుంటే C 16 వది అవుతుంది.

IV వ దారి పట్టుకుంటే C 17 వది అవుతుంది.

పైన చూపిన దారులనే కుడి నుంచి ఎడమవైపుకి చూసుకుంటూ A నుంచి వెనుకకు కూడా వెళ్లవచ్చును కదా? ఈ విధంగా విలోమ మార్గంలో ప్రయాణంచేస్తే C అనే దీవి వరుసగా 10 వది, 9 వది, 6 వది, 5 వది అవుతుంటే.

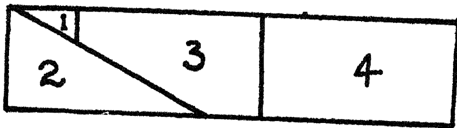
సాధ్యమైనంత చివర C ని దర్శించాలనే నియమాన్ని ఖచ్చితంగా పాటించాలంటే పైన చూపిన IV వ మార్గాన్ని ఎడమ నుంచి కుడికి (అనులోమదిశలో) అనుసరించాలి.

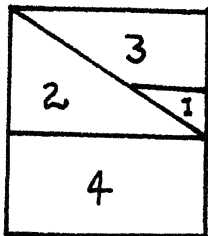


197. (a)

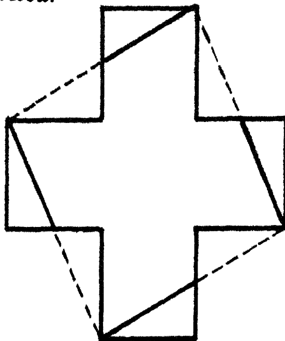
ఈ బొమ్మలో చూపినట్లు 5 ముక్కలుగా కత్తిరించి, తిరిగి అమర్చితే చదరం ఏర్పడుతుంది.

(b) దీర్ఘ చతురస్రాన్ని 4 ముక్కలుగా ఎలా కత్తిరించాలో, ఆ ముక్కలను అతికి చదరం ఎలా చెయ్యాలో బొమ్మలో చూడవచ్చు.





198. ఈ క్రింది బొమ్మలో చూపినట్లు గ్రీకు సిలువ తాలూకు ఒక శీర్షం విడిచి మరో శీర్షానికి నాలుగు సరళరేఖలు గీసి, వాటిమీదుగా కత్తిరిస్తే నాలుగు త్రిభుజములు విడిపోతాయి. ఈ త్రిభుజాలను చుక్కలు పెట్టిన చోట్ల అమర్చితే చదరం ఏర్పడుతుంది.



199. జవాబు $\frac{1}{4}$ అనుకుంటున్నారా ? కాదు, $\frac{1}{3}$ ఎలాగంటే, $\frac{3}{4}$ లో $\frac{1}{3}$ వ భాగం ఎంత అవుతుంది? $\frac{1}{4}$ కదూ? కనుక కలపవలసినది $\frac{1}{3}$ వ భాగం అని మరిచిపోవద్దు.

200. ఓ - ద - శ - ర - థ - త - న - యా - కా - వ - గ - దే

నాకీ రచనలో తోడుపడ్డ గ్రంథావళి

1. Riddles in Mathematics By E. P. Northrop
2. Mathematical Puzzles and Pastimes By A. Bakat
3. Mathematical Recreations and Essays By W.W. Rouse Ball
4. Mathematical Recreations By Maurice Kraitchik.
5. Magic House of Numbers By I. Adler
6. Mathematical Puzzles and Diversions By Martin Gardner
7. Mathematics, Magic and Mystery By Martin Gardner
8. Mathematical Puzzles By G. Mott Smith
9. Puzzle - Math By George Gamow & Marvin Stern
10. Play Mathematics By H. Langman
11. Figures for Fun By Yakov Perelman
12. Mathematical Excursions By H.A. Merril
13. Fascination of Numbers By W.J. Reichmann
14. Math is Fun By Joseph Degrazia
15. Recreations in Mathematics By H.E. Licks
16. Fun With Mathematics By Jerome S. Meyer
17. The Magic of Numbers By Robert Tocquet
18. Romance in Mathematics By M.E. Bowman
19. Numbers Fun and Facts By J.N. Friend
20. Mathematical Puzzles of Sam Loyd By Martin Gardner
21. Mathematics and the imagination by E. Kasner and J. Newman
22. Mathematical Puzzles: G. Mott-Smith
23. లీలావతి గణితం - భాస్కరాచార్యుడు